MAT-4171-2
Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1
Mathématique, 2e cycle du secondaire

Comment trouver l'équation d'une équation du second degré à partir d'une table de valeurs.

- **Le sommet et un point de la courbe**
- **Les zéros et un point de la courbe**
- **L'ordonnée à l'origine et 2 points de la courbe**
- **3 points quelconques de la courbe**
- **Une coordonnée du sommet et 2 points de la courbe**

1. Le sommet et un point de la courbe

- Dans la table des valeurs, lorsque la variation des valeurs consécutives de la variable indépendante (*x*) est la même, et que la **variation au deuxième niveau** des valeurs consécutives de la variable dépendante (*f(x)*) est **constante**, la fonction est dite **polynomiale du second degré** (fonction quadratique).

Forme de la règle : $\boldsymbol{f(x) = a(x-h)^2 + k}$, ***où*** $\boldsymbol{a \neq 0}$

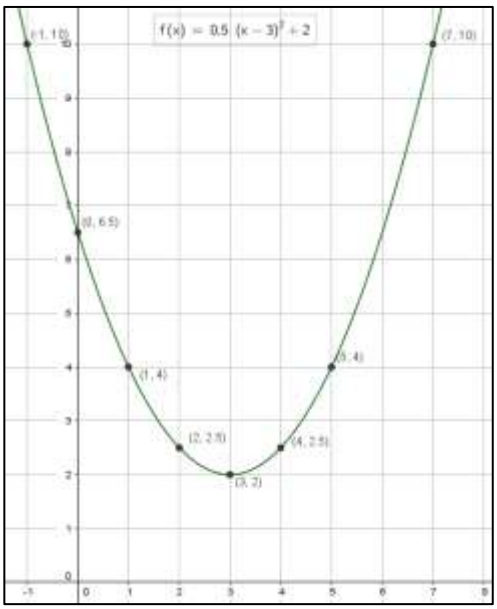
Exemple : $\boldsymbol{f(x) = 0,5(x-3)^2 + 2}$

Table des valeurs

x	f(x)	
1	4	
2	2,5	-1,5
3	2	-0,5
4	2,5	+0,5
5	4	+1,5

(+1 entre chaque valeur de x ; +1 entre chaque valeur de -1,5 / -0,5 / +0,5 / +1,5)

Représentation graphique



Pour trouver la règle :

1. Sommet S(3,2) : $f(x) = a(x-h)^2 + k$,
$f(x) = a(x-3)^2 + 2$

2. Pour trouver « *a* », point de la courbe, (5,4) par exemple :

$$f(x) = a(x-3)^2 + 2$$
$$4 = a(5-3)^2 + 2$$
$$4 = 4a + 2$$
$$4 - 2 = 4a$$
$$2 = 4a$$
$$0,5 = a$$

Règle : $\boldsymbol{f(x) = 0,5(x-3)^2 + 2}$

Lien web: Démonstration Geogebra : Paramètres de la fonction quadratique
https://ggbm.at/RtepxX64

Paramètres fonction quad

2. Les zéros et un point de la courbe

Forme de la règle : $\boldsymbol{f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)}$

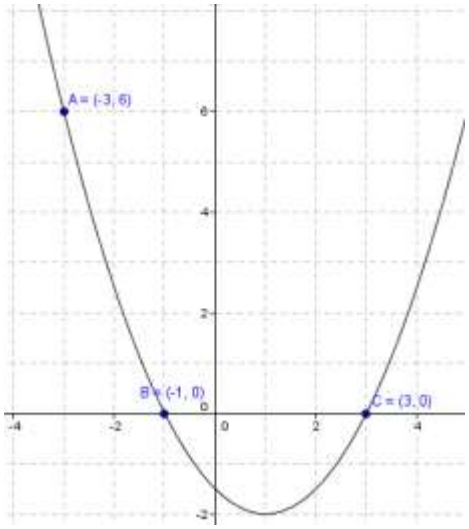
Où $\boldsymbol{a \neq 0}$ et $\boldsymbol{x_1 \neq x_2}$ et $\boldsymbol{f(x_1) = f(x_2) = 0}$

Exemple : $\boldsymbol{f(x) = 0,5(x - 3)(x + 1)}$

Table des valeurs

x	*f(x)*
-4	*8*
3	*-4,25*
6	*-17*

Représentation graphique



Pour trouver la règle :

1. Sommet S(3,2) : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

$$f(x) = a(x - 3)(x - (-1))$$

2. Pour trouver « *a* », point de la courbe, (-3,6) par exemple :

$$f(-3) = 6 = a(-3 - 3)(-3 + 1))$$
$$6 = a(-6)(-2))$$
$$6 = 12a$$
$$\frac{6}{12} = a$$
$$\frac{1}{2} = a$$
$$0{,}5 = a$$

$$\boldsymbol{f(x) = 0,5(x - 3)(x + 1)}$$

3. L'ordonnée à l'origine et 2 points de la courbe

Forme de la règle : $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$

Où $\boldsymbol{a \neq 0 \quad b \neq 0 \quad c \neq 0}$

Exemple : $\boldsymbol{f(x) = \frac{-1}{3}x^2 + 3x + 4}$

Pour trouver la règle :

1. Ordonnée à l'origine C(0,4) : $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$f(x) = ax^2 + bx + 4$$

2. Pour trouver les termes manquant « a » et « b », on construit deux équations avec deux points de la courbe.

$10 = a(3)^2 + b(3) + 4$ $\qquad$ $-8 = a(12)^2 + b(12) + 4$
$10 = 9a + 3b + 4$ $\qquad$ $-8 = 144a + 12b + 4$
$6 = 9a + 3b$ $\qquad$ $-12 = 144a + 12b$

3. Par élimination, on trouve un des termes

$(12)(6 = 9a + 3b)$
$\underline{(3)(-12 = 144a + 12b)}$
$108 = -324a + 0b$
$\boldsymbol{\frac{108}{-324} = a = \frac{-1}{3}}$

4. Substituer et isoler le second terme dans une équation

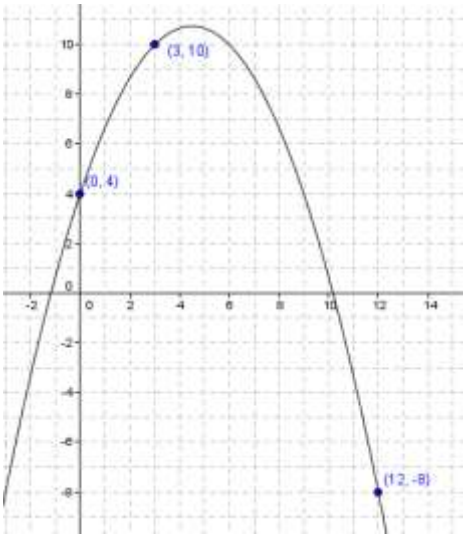
$6 = 9\left(-\frac{1}{3}\right) + 3b$ $\qquad$ $-12 = 144\left(-\frac{1}{3}\right) + 12b$
$6 = -3 + 3b$ $\qquad$ $-12 = -48 + 12b$
$\boldsymbol{\frac{9}{3} = b = 3}$ $\qquad$ $\boldsymbol{\frac{36}{12} = b = 3}$

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{-1}{3}x^2 + 3x + 4}$$

Table des valeurs

x	f(x)
0	4
3	10
12	-8

Représentation graphique



4. 3 points de la courbe

Forme de la règle : $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$

Où $\boldsymbol{a \neq 0 \quad b \neq 0 \quad c \neq 0}$

Exemple : $\boldsymbol{f(x) = \frac{-1}{4}x^2 - 2x + 4}$

Pour trouver la règle :

1. Construire trois équations à partir des trois points.

$4 = a(-8)^2 + b(-8) + c$ $\quad\quad$ $-17 = a(6)^2 + b(6) + c$
$\boldsymbol{4 = 64a - 8b + c}$ $\quad\quad$ $\boldsymbol{-17 = 36a + 6b + c}$

$-4{,}25 = a(3)^2 + b(3) + c$
$\boldsymbol{-4{,}25 = 9a + 3b + c}$

2. À l'aide d'une des trois équations, éliminer « c » des deux autres (par élimination).

$-17 = 36a + 6b + c$ $\quad\quad$ $-4{,}25 = 9a + 3b + c$
$\underline{4 = 64a - 8b + c}$ $\quad\quad$ $\underline{4 = 64a - 8b + c}$
$\boldsymbol{-21 = -28a + 14b}$ $\quad\quad$ $\boldsymbol{-8{,}25 = -55a + 11b}$

3. À l'aide de ces nouvelles équations, par élimination, on trouve un des termes.

$(11)(-21 = -28a + 14b)$
$\underline{(14)(-8{,}25 = -55a + 11b)}$
$-115{,}5 = 462a + 0b$ $\quad\quad$ $\boldsymbol{a = \frac{-1}{4}}$

4. Substituer et isoler le second terme dans une des équations secondaires.

$-21 = -28(\frac{-1}{4}) + 14b$ $\quad\quad$ $\boldsymbol{b = -2}$

5. Substituer les termes connus dans une des équations de départ et isoler le troisième terme.

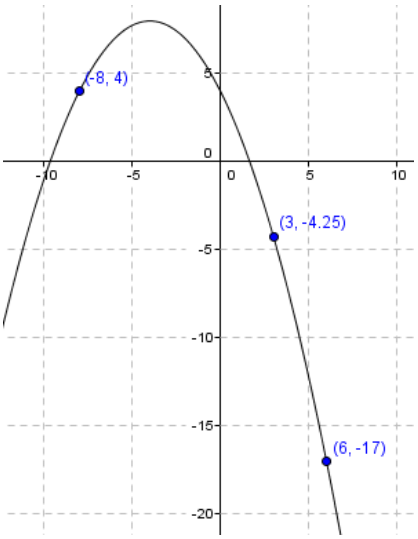
$4 = 64(\frac{-1}{4}) - 8(-2) + c$ $\quad\quad$ $\boldsymbol{c = 4}$

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{-1}{4}x^2 - 2x + 4}$$

Table des valeurs

x	f(x)
-8	4
3	-4,25
6	-17

Représentation graphique



5. Une coordonnée du sommet et deux points

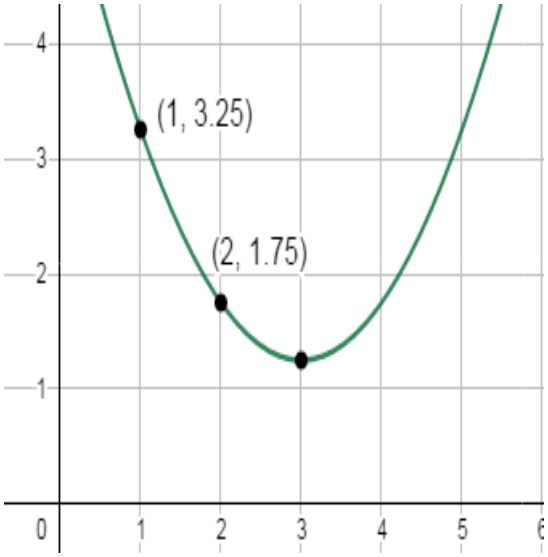
Forme de la règle : $f(x) = a(x-h)^2 + k$, ***où*** $a \neq 0$

Exemple : $f(x) = 0,5(x-3)^2 + 1,25$

Table des valeurs

x	*f(x)*
1	*3,25*
2	*1,75*
3	*y*
4	*1,75*
5	*3,25*

Représentation graphique



Pour trouver la règle :

1. Sommet : (3, k) : $f(x) = a(x-h)^2 + k$,
$f(x) = a(x-3)^2 + k$

2. Pour trouver « *a* » et « *k* », on construit deux équations avec deux points de la courbe.

$3,25 = a(1-3)^2 + k$ $\quad$ $1,75 = a(4-3)^2 + k$
$3,25 = a(-2)^2 + k$ $\quad$ $1,75 = a(1)^2 + k$
$3,25 = 4a + k$ $\quad$ $1,75 = a + k$

3. Par élimination, on trouve un des termes.

$3,25 = 4a + k$
$1,75 = a \ \ + k$
$1,5 \ \ = 3a$
$0,5 \ \ = a$

4. Substituer et isoler le second terme dans une équation.

$3,25 = 4(0,5) + k$
$3,25 = 2 + k$
$1,25 = k$

Règle : $f(x) = 0,5(x-3)^2 + 1,25$

Lien web: Démonstration Geogebra : Paramètres de la fonction quadratique
https://ggbm.at/RtepxX64

Paramètres fonction quad