

Révision I Tome I

Représentation géométrique en contexte fondamental II

The image shows a collection of handwritten mathematical notes and diagrams related to geometry in a coordinate system. Key elements include:

- Coordinate Systems:** Several Cartesian coordinate systems are drawn, showing points, lines, and angles. One diagram shows a point $M(-2, 3; 4, 0)$ and its distance $d = \sqrt{(1,5+2,3)^2 + (0,7-4)^2}$.
- Equations and Formulas:**
 - Linear equations: $x+y=3$, $x^2+y^2=4$, $x+y^2=4$.
 - Area formulas: $S = \frac{1}{2}(b+c)$, $g = \frac{1}{2}(a-b+c)$.
 - Distance formula: $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$.
 - Vector operations: $\vec{AC} = (c-a)$, $\vec{AB} = b-a = \lambda(c-a)$.
 - Trigonometric relations: $\cos \theta = \frac{a}{b}$, $\sin \theta = \frac{c}{b}$.
 - Line equations: $x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$, $y = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$.
 - Angle bisector theorem: $A_1K : KA_2 = m_1 : m_2$.
- Diagrams:**
 - A triangle with vertices A, B, C and medians intersecting at E .
 - A vector diagram showing \vec{u} and \vec{v} with their resultant $\vec{u+v}$.
 - A diagram showing a line with slope m and its perpendicular distance from the origin.
- Other notes:**
 - Equations like $x^2 + y^2 = 2^2$ and $x = \frac{18}{5} = 3,6$, $y = -\frac{12}{5} = -2,4$.
 - Formulas for the distance from a point $A(x_1, y_1)$ to a line $ax + by + c = 0$: $d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

Question 1

Déterminez la valeur en radians de chacun des angles suivants.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

a) $\theta = 55^\circ$

b) $\theta = 450^\circ$

c) $\theta = 210^\circ$

Question 2

Déterminez la valeur en degrés de chacun des angles suivants.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

a) $\theta = \frac{5\pi}{12} \text{ radians}$

b) $\theta = 3,6 \text{ radians}$

c) $\theta = \frac{7\pi}{10} \text{ radians}$

Question 3

Déterminez la valeur des fonctions trigonométriques suivantes.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) =$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}\right) =$$

$$\sec\left(\frac{2\pi}{3}\right) =$$

$$\operatorname{cosec}\left(\frac{-\pi}{6}\right) =$$

Question 4

Sachant que $\cos \theta = -\frac{1}{4}$ et $\theta \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2} \right]$.

Quelle est la valeur exacte de $\sin \theta$?

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 5

Sachant que $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ et $\theta \in \left] \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$.

Quelle est la valeur exacte de $\sec \theta$?

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 6

Sachant que $\tan \theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$ et $\theta \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2} \right]$.

Quelle est la valeur exacte de $\sec \theta$?

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 7

Simplifier les expressions trigonométriques suivantes.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

a. $\sec\theta \operatorname{cosec}^2\theta \sqrt{1 - \sin^2\theta} \sin\theta$

b. $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

c. $\frac{\sqrt{1 - \cos^2 t}}{\operatorname{cosec}^2 t - \cotan^2 t}$

Question 8

Démontrez les identités trigonométriques suivantes.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

$$\text{a) } \cotan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\tan(x) \sin(x)$$

$$\text{b) } \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2} - t\right) \cdot \sin(-t)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right)} = -\cotan(t)$$

Question 9

Calculez les composantes et la norme de chacun des vecteurs suivants.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

- a) Le vecteur DE, étant donné D(0,5) et E(4,8).

$$\overrightarrow{DE} =$$

$$\|\overrightarrow{DE}\| =$$

- b) Le vecteur FG, étant donné F(-2,7) et G(4,-3).

$$\overrightarrow{FG} =$$

$$\|\overrightarrow{FG}\| =$$

Question 10

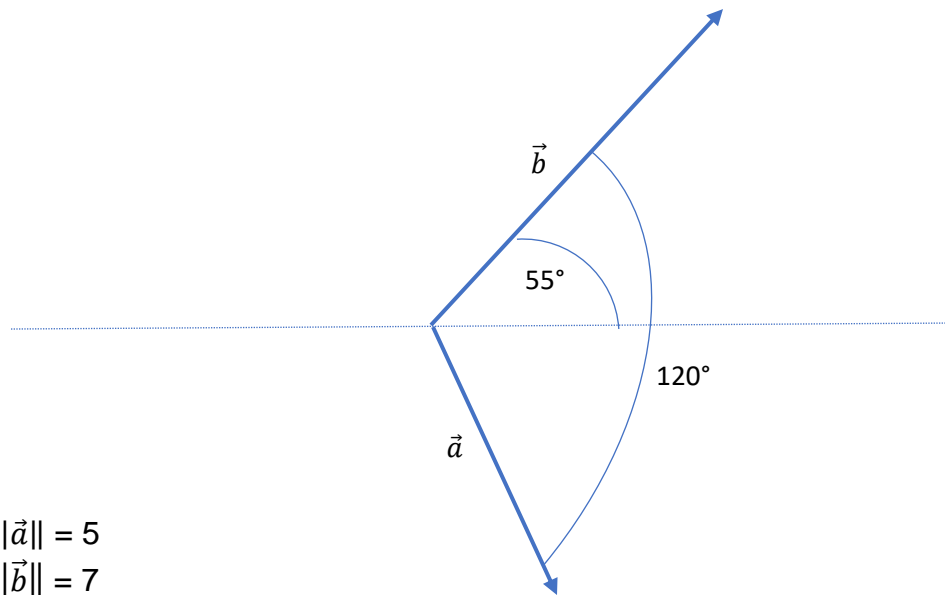
Soit les vecteurs $\vec{u} = (-2, -3)$ et $\vec{v} = (3; 4,5)$.

Démontrez qu'ils sont colinéaires.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 11

Les vecteurs a et b sont illustrés ci-dessous.



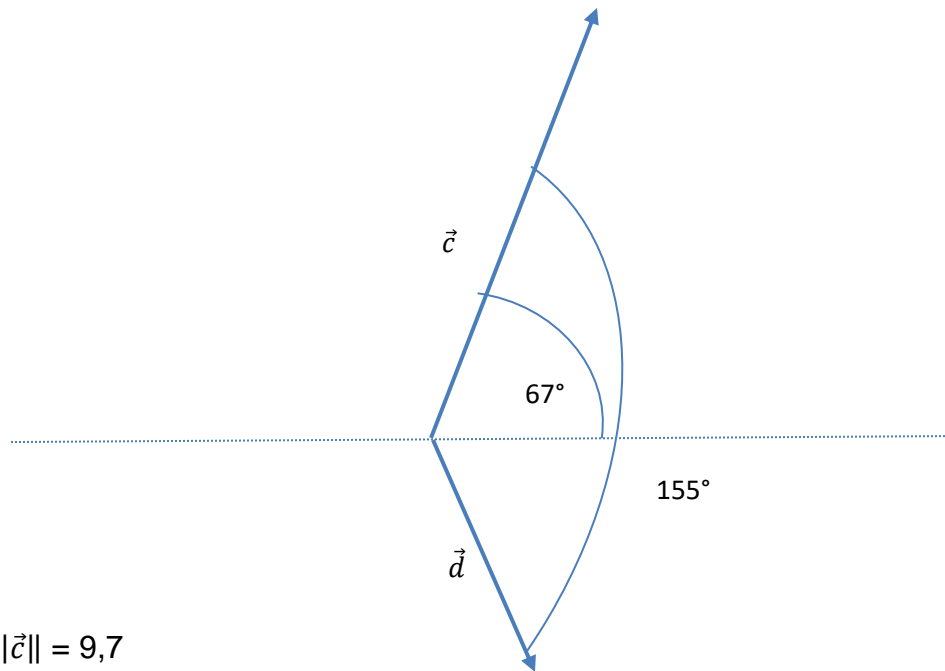
- $\|\vec{a}\| = 5$
- $\|\vec{b}\| = 7$

Calculez les composantes des vecteurs a et b .

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 12

Les vecteurs c et d sont illustrés ci-dessous.



- $\|\vec{c}\| = 9,7$
- $\|\vec{d}\| = 15,4$

Calculez les composantes des vecteurs \vec{c} et \vec{d} .

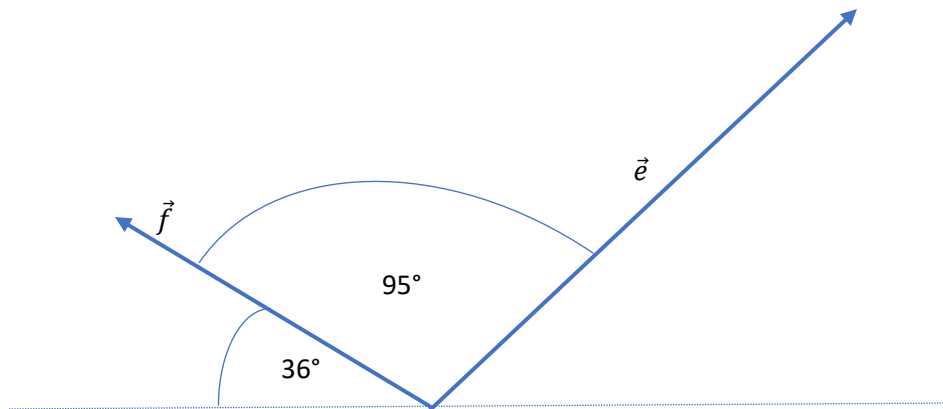
Calculez les composantes de la résultante de \vec{c} et de \vec{d} .

Calculez la norme de la résultante et son angle d'orientation.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 13

Les vecteurs e et f sont illustrés ci-dessous.



- $\|\vec{e}\| = 18,4$
- $\|\vec{f}\| = 10,6$

Calculez les composantes des vecteurs \vec{e} et \vec{f} .

Calculez les composantes de la résultante de \vec{e} et de \vec{f} .

Calculez la norme de la résultante et son angle d'orientation.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 14

Simplifiez les expressions suivantes à l'aide de la relation de Chasles.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

a) $\vec{v} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}$

b) $\vec{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DC}$

c) $\vec{v} = -\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GF} - \overrightarrow{EF}$

Question 15

Sachant que $\vec{u} = (-4, -1)$, $\vec{v} = (1, -2)$ et $\vec{w} = -2\vec{u} + 6\vec{v}$

Calculez les composantes de \vec{w} .

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 16

Sachant que $\vec{u} = (4, -1)$, $\vec{v} = (-2, 6)$ et $\vec{w} = (-3, -2)$.

Déterminez les coefficients de la combinaison linéaire de \vec{u} et de \vec{v} qui permet d'exprimer \vec{w} comme une combinaison linéaire de ces deux vecteurs.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 17

Soit les vecteurs $\vec{u} = (-2, 3)$ et $\vec{v} = (3, 2)$.

Démontrez qu'ils sont orthogonaux.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 18

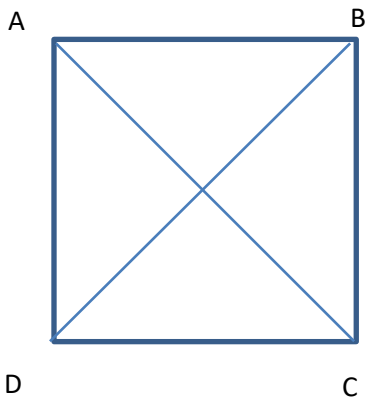
Démontrez que les diagonales d'un carré sont perpendiculaires.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Soit le carré ABCD ci-dessous :

Note : démontrez que les diagonales sont perpendiculaires, c'est montrer que le produit scalaire des vecteurs \overrightarrow{CA} et \overrightarrow{BD} est nul.

$$\text{Note : } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \quad \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \quad \|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{AD}\|$$



Question 19

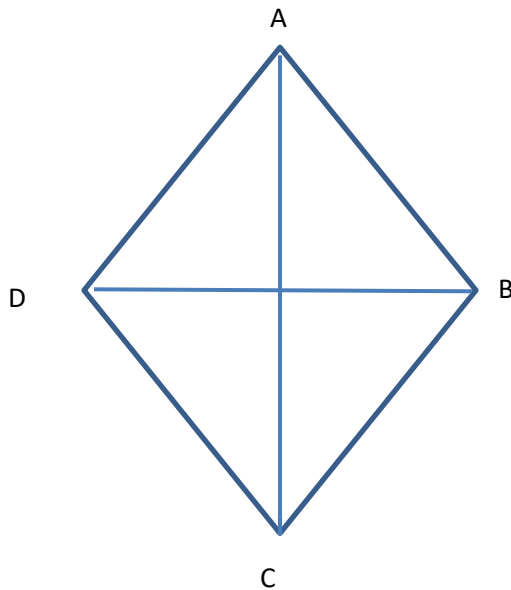
Démontrez que les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Soit le losange ABCD ci-dessous :

Note : démontrez que les diagonales sont perpendiculaires, c'est montrer que le produit scalaire des vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{DB} est nul.

Note : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{BC}\|$



Question 20

Le quadrilatère ABCD a pour sommet les points A(-3,4), B(2,4), C(2,1) et D(-3,1).

Démontrez, à l'aide des propriétés des vecteurs, que ce quadrilatère est un rectangle.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Note : démontrez que ce quadrilatère est un rectangle,

c'est montrer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

Question 21

Le quadrilatère ABCD a pour sommet les points A(-7,3), B(-2,7), C(7,6) et D(-3,-2).

Démontrez, à l'aide des propriétés des vecteurs, que ce quadrilatère est un trapèze rectangle.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Note : démontrez que ce quadrilatère est un rectangle,

c'est montrer que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$