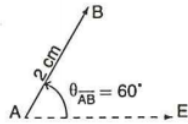


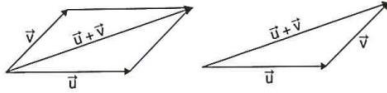
Les vecteurs

1. Description

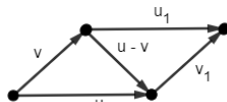
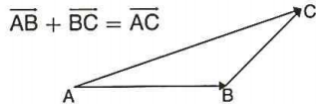
Le vecteur \vec{AB} , d'origine A et d'extrémité B, de module 2 cm, a une orientation de 60° .
Le module du vecteur \vec{AB} se note $\|\vec{AB}\|$.
L'orientation du vecteur \vec{AB} se note $\theta_{\vec{AB}}$.



2. Addition de vecteurs



3. Relation de Chasles

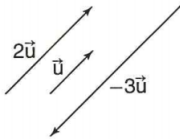


4. Soustraction de vecteurs

$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$ EX : $\vec{AB} - \vec{CB} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

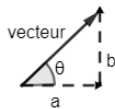
5. Multiplication par un réel

- $k\vec{u}$ et \vec{u} ont même direction
- $k\vec{u}$ et \vec{u} ont le même sens si $k > 0$
- $k\vec{u}$ et \vec{u} sont de sens contraire si $k < 0$
- $\|k\vec{u}\| = |k| \|\vec{u}\|$
- Colinéaire : $\vec{u} = k\vec{v}$
- Équipollents : $\vec{u} = \vec{v}$ même norme, même direction



6. Composantes d'un vecteur

- Algébrique**
Si A (X_A, Y_A) et B (X_B, Y_B) alors $\vec{AB} = (X_B - X_A, Y_B - Y_A)$
- À partir norme et angle d'orientation**
Si $\vec{u} = (a, b)$
 $\vec{u} = (\|\vec{u}\| \cos \theta, \|\vec{u}\| \sin \theta)$



7. Norme d'un vecteur

Si $\vec{u} = (a, b)$ alors $\|\vec{u}\| = \sqrt{a^2 + b^2}$

8. Opérations entre vecteurs algébriques

- Si $\vec{u} = (a, b)$ et $\vec{v} = (c, d)$
- $\vec{u} + \vec{v} = (a + c, b + d)$
 - $\vec{u} - \vec{v} = (a - c, b - d)$
 - $k\vec{u} = (ka, kb)$ ($k \in \mathbb{R}$)

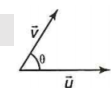
9. Produits scalaires

- Forme géométrique
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos \theta$
- Forme algébrique
Si $\vec{u} = (a, b)$ et $\vec{v} = (c, d)$ alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = ac + bd$



10. Angles entre deux vecteurs

- $\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|}$
- $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ (orthogonaux)

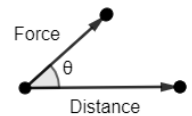


11. Combinaison linéaire

- $\|\vec{w}\| = k_1 \|\vec{u}\| + k_2 \|\vec{v}\|$

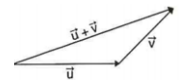
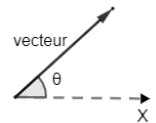
12. Formule travail

- Travail = Force · Distance
- Travail = $\|\vec{Force}\| \cdot \|\vec{Distance}\| \cdot \cos \theta$
(1 Joule = 1 newton · 1 mètre)



13. Résultante (étapes) : ex : ($\vec{u} + \vec{v}$)

- Trouver composantes du vecteur $\vec{u} = (a_u, b_u)$
 $a_u = \|\vec{u}\| \cos \theta$ $b_u = \|\vec{u}\| \sin \theta$
- Trouver composantes du vecteur $\vec{v} = (a_v, b_v)$
 $a_v = \|\vec{v}\| \cos \theta$ $b_v = \|\vec{v}\| \sin \theta$
- Trouver composantes du vecteur $(\vec{u} + \vec{v}) = (a, b) = (a_u + a_v, b_u + b_v)$
- Trouver la norme de $(\vec{u} + \vec{v}) = \|\vec{u} + \vec{v}\|$
 $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- Angle de la résultante : θ
 $\tan \theta (\vec{u} + \vec{v}) = \frac{|b|}{|a|}$



Ajuster θ selon les coordonnées (quadrant)

14. Démonstrations

- Trapèze :
 - 2 bases parallèles (colinéaire) 1) $\vec{AB} = k\vec{DC}$
- Trapèze rectangle :
 - 2 bases parallèles (colinéaire) 1) $\vec{AB} = k\vec{DC}$
 - 1 côté \perp (orthogonal) aux 2 bases 2) $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 0$
- Parallélogramme :
 - 2 paires de côtés parallèles congrus (équipollents) 1) $\vec{AB} = \vec{DC}$
2) $\vec{BC} = \vec{AD}$
- Losange :
 - 2 paires de côtés parallèles et congrus (équipollents de même norme) 1) $\vec{AB} = \vec{DC}$
2) $\vec{BC} = \vec{AD}$
3) $\|\vec{AB}\| = \|\vec{BC}\|$
- Rectangle :
 - 2 paires de côtés parallèles \perp l'une à l'autre (équipollents orthogonales l'une à l'autre) 1) $\vec{AB} = \vec{DC}$
2) $\vec{BC} = \vec{AD}$
3) $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 0$
- Carré :
 - 2 paires de côtés parallèles et congrus \perp l'une à l'autre (équipollents orthogonales l'une à l'autre et même norme) 1) $\vec{AB} = \vec{DC}$
2) $\vec{BC} = \vec{AD}$
3) $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 0$
4) $\|\vec{AB}\| = \|\vec{AD}\|$

Transformations géométriques

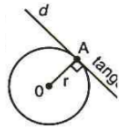
- $t : (x, y) \mapsto (x + h, y + k)$ *h et k $\in \mathbb{R}$, h déplacement horizontal et k déplacement vertical.
- $r_\theta : (x, y) \mapsto (x \cos \theta - y \sin \theta, x \sin \theta + y \cos \theta)$
- $r_{90} : (x, y) \mapsto (-y, x)$ $r_{180} : (x, y) \mapsto (-x, -y)$ $r_{270} : (x, y) \mapsto (y, -x)$
- $s_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$ $s_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$
- $h : (x, y) \mapsto (kx, ky)$
- T : Transformation
- $t \circ r : (x, y) \mapsto (\square, \square)$ Composition

1. Cercle

o Forme canonique

- Centré à l'origine : $x^2 + y^2 = r^2$
- Non centré à l'origine : $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

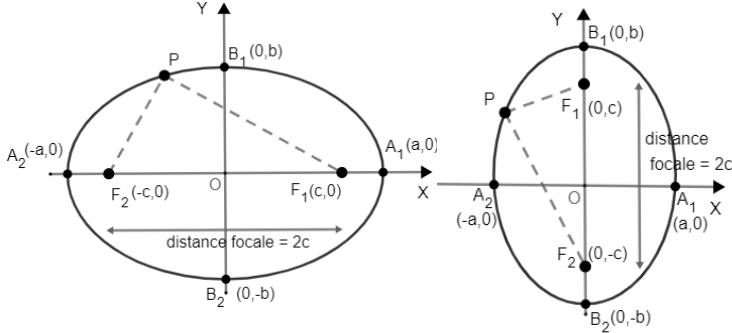
o Forme générale : $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$



2. Ellipse

o Centrée à l'origine :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2b$$

$$o c^2 = b^2 - a^2$$

$$o c^2 = a^2 - b^2$$

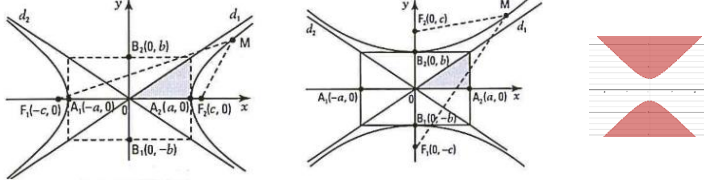
3. Hyperbole

o Centrée à l'origine :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} < -1$$



o Pour tout point M de l'ellipse, on a : $|d(M, F_1) - d(M, F_2)| = 2a$

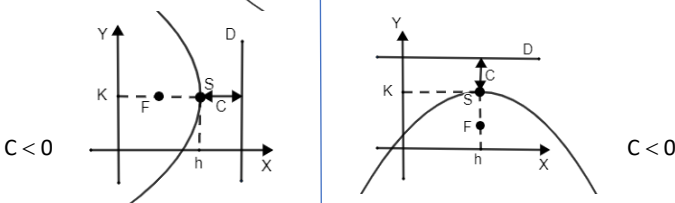
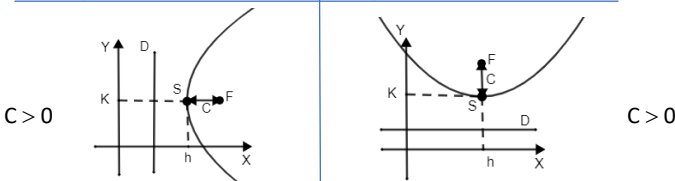
$$o c^2 = a^2 + b^2$$

4. Parabole

o Non centré à l'origine :

$$(y - k)^2 = 4c(x - h)$$

$$(x - h)^2 = 4c(y - k)$$



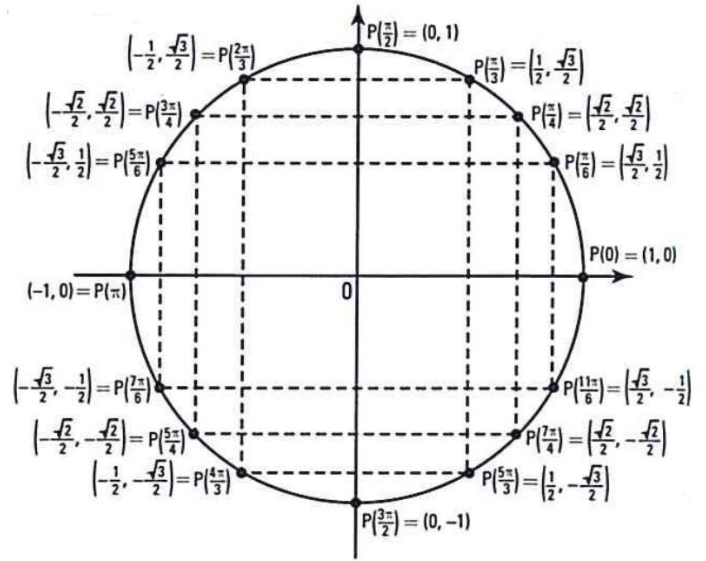
Foyer : $F(h + c, k)$
 Directrice : $x = h - c$
 Axe symétrie : $y = k$

$F(h, k + c)$
 $y = k - c$
 $x = h$

o Pour tout point M de la parabole :

[Tapez ici] Distance (M, Foyer) = Distance (M, directrice)

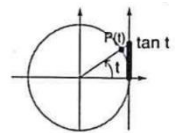
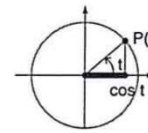
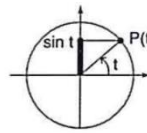
1. Cercle trigonométrique : $(\cos \theta, \sin \theta)$



2. Sinus d'un angle

Cosinus d'un angle

Tangente d'un angle



3. Identités trigonométriques

o Rapports trigonométriques

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \cotan \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

o Identités trigonométriques

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \quad 1 + \cotan^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

4. Formules trigonométriques

o Formules trigonométriques

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta \quad \cos(-\theta) = \cos \theta \quad \tan(-\theta) = -\tan \theta$$

o Formules de l'addition

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

o Formules du double

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$