

# Formatif III

## Représentation géométrique en contexte fondamental II

The image contains a dense collection of handwritten mathematical notes and diagrams. Key elements include:

- Coordinate Systems:** Multiple Cartesian coordinate systems showing points, lines, and vectors.
- Equations:**
  - Linear equations:  $x+y=3$ ,  $x^2+y^2=4$ ,  $x+y=3$ ,  $x^2+y^2=4$ .
  - Line equations:  $y = -x + 3$ ,  $x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}$ ,  $y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$ .
  - Circle equation:  $x^2 + y^2 = z^2$ .
  - Distance formula:  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ .
- Vector Calculations:**
  - Dot product:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta$ .
  - Projection:  $A_1 K : K A_2 = m_1 : m_2$ .
  - Line intersection:  $x = \frac{m_2 y_1 - m_1 y_2}{m_1 - m_2}$ ,  $y = \frac{m_1 x_1 - m_2 x_2}{m_1 - m_2}$ .
- Geometric Diagrams:**
  - Triangle ABC with medians AD, BE, CF intersecting at centroid G.
  - Triangle with altitude and angle  $\theta$ .
  - Circle with center O and radius r.
  - Coordinate axes with points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z.
- Other Notes:**
  - Area of triangle:  $S = \frac{1}{2}(b \cdot c) \sin A$ .
  - Distance from point to line:  $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .
  - Angle bisector theorem:  $\frac{AB}{AC} = \frac{b}{c}$ .

**Question 1**

**Quelle quantité minimale de papier faut-il pour couvrir une boîte dont le volume est de  $85\,184\text{ cm}^3$  ?**

**Présentez clairement les éléments de votre démarche.**

**Question 2**

Le quadrilatère ABCD a pour sommet les points  $A(-6,1)$ ,  $B(-7,6)$ ,  $C(-2,5)$  et  $D(-1,0)$ .

**Démontrez, à l'aide des propriétés des vecteurs, que ce quadrilatère est un losange.**

**Présentez clairement les éléments de votre démarche.**

**Question 3**

Une parabole de sommet  $(2, -4)$  ayant  $x = 4$  comme équation de sa directrice, subit les transformations suivantes :

- une translation  $t$  définie dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  par la relation  $(x, y) \mapsto (x - 3, y + 2)$ .
- Une réduction de sa nouvelle distance focale à la moitié de sa valeur initiale.

**Donnez, sous forme canonique, les expressions algébriques correspondant à la parabole initiale et à son image. Représentez graphiquement chacune d'elles.**

**Question 4**

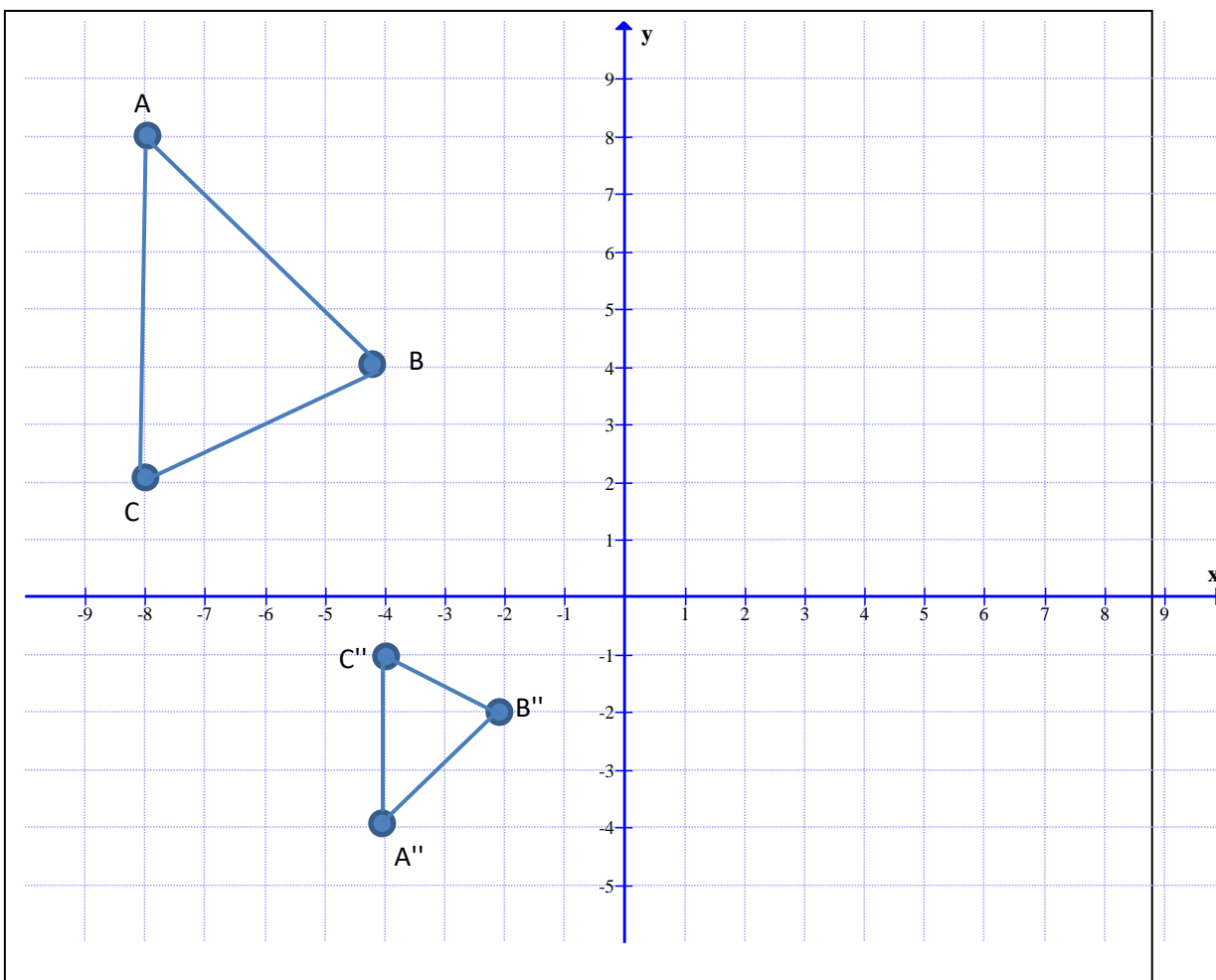
**Vérifiez l'égalité suivante :**

$$\frac{\sin(A + 4\pi) \cdot \cos\left(A + \frac{7\pi}{2}\right)}{\sin(-A) \cdot \tan(A + 3\pi)} = -\cos(A)$$

**Présentez clairement les éléments de votre démarche.**

**Question 5**

Dans le plan cartésien ci-dessous, le triangle A'' B'' C'' est l'image du triangle ABC après l'application de deux transformations géométriques.



<p><b>1<sup>ère</sup> transformation géométrique</b></p>	<p>Une homothétie dont le centre correspond à l'origine du plan cartésien et le <math>k = -\frac{1}{2}</math></p>
<p><b>2<sup>e</sup> transformation géométrique</b></p>	<p>Une réflexion par rapport à l'axe des y.</p>

**Quelle est la règle de la 2<sup>e</sup> transformation géométrique ?**

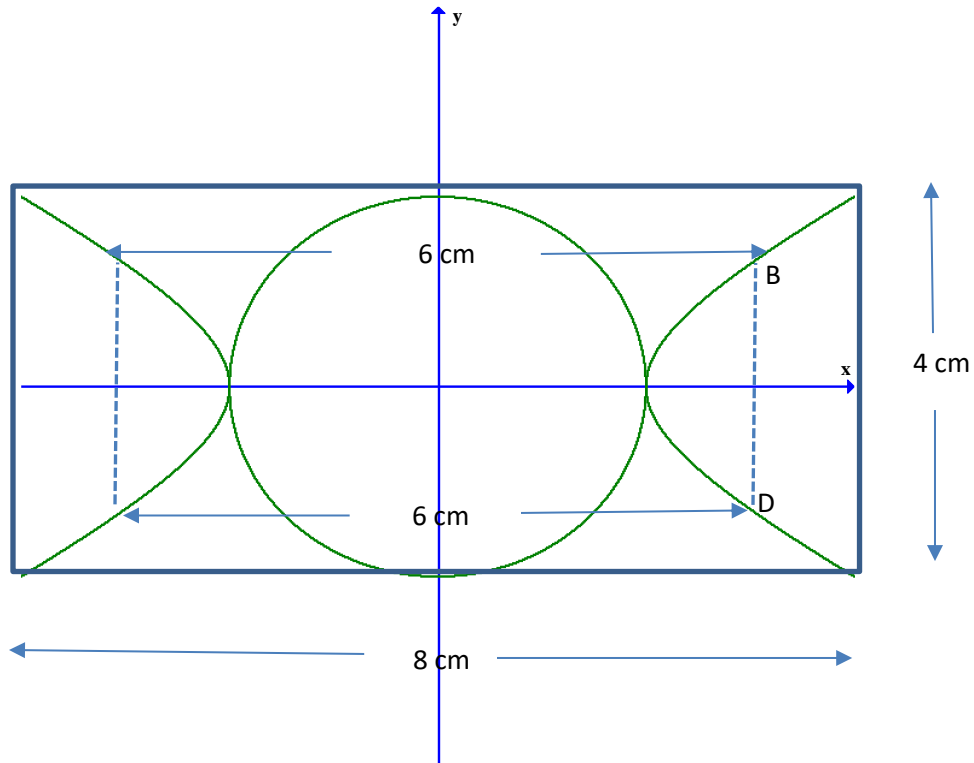
**Présentez clairement les éléments de votre démarche.**

### Tâche 1

Frédéric porte une ceinture ornée d'un symbole particulier. On y retrouve un cercle tangent aux deux branches d'une hyperbole. La longueur de la boucle rectangulaire est de 8 cm et sa largeur de 4 cm.

Le centre du cercle est situé à l'origine du plan cartésien ci-dessous.

(Tiré d'un prétest de Najwa Kanaan)



**Déterminez la mesure de BD.**

**Tâche 2**

Voici de l'information sur les vecteurs  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  et  $\vec{c}$ .

$$\vec{a} : \|\vec{a}\| = 4$$

Orientation du vecteur  $\vec{a}$  : O 30° S

$$\vec{b} : \vec{b} = (4, y)$$

$\vec{b}$  et  $\vec{c}$  sont colinéaires

$$\vec{c} : \vec{c} = \overrightarrow{EF}$$

E(-3 ; 3,98) F(3 ; -6,40)

**Montrez que les vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  sont orthogonaux.**



### Tâche 3

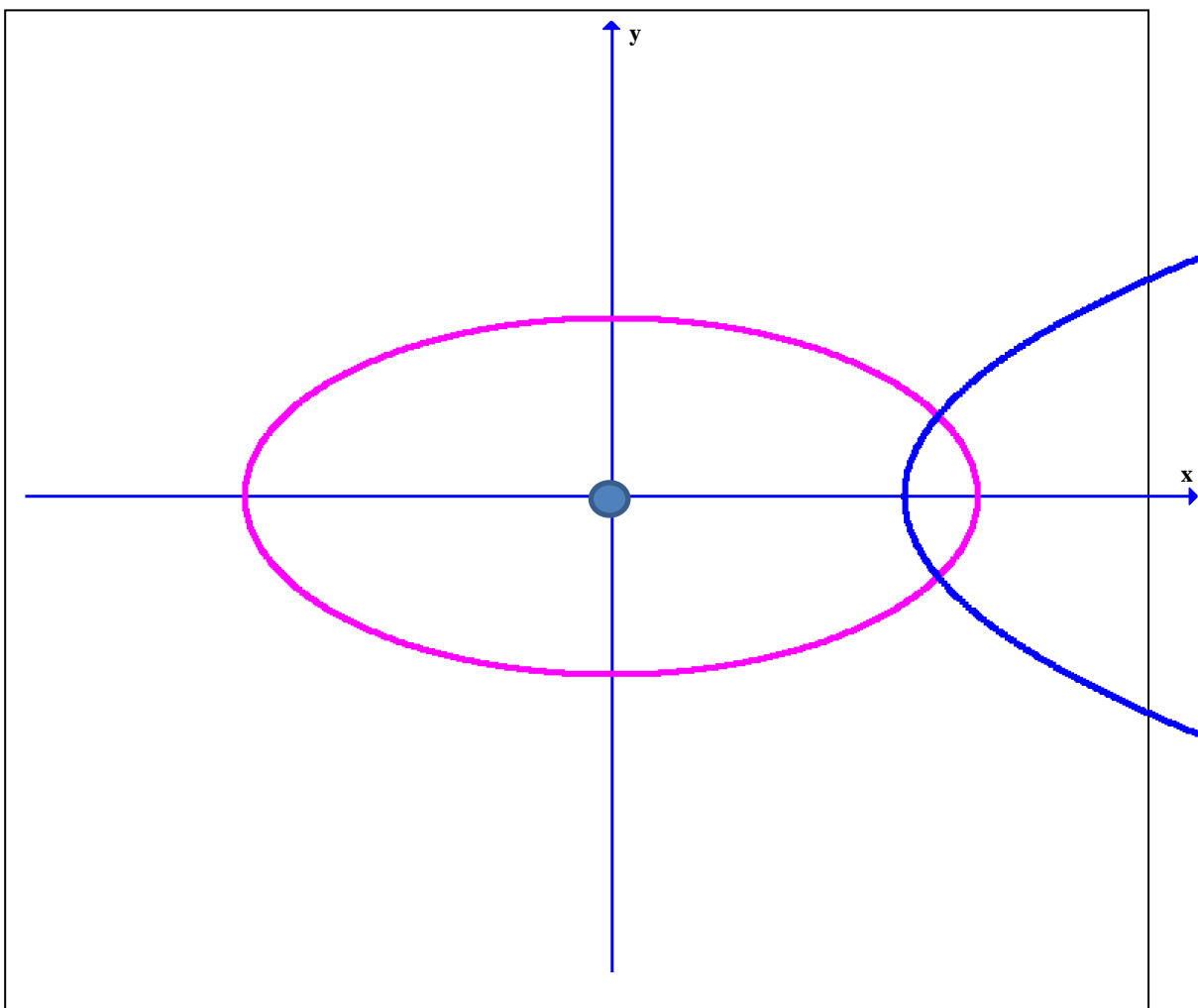
La comète Van-Houtte est entrée dans un système solaire éloigné. Malheureusement elle pourrait entrer en collision avec la planète Zouzou.

La trajectoire de la comète et de la planète sont représentées dans le plan cartésien ci-dessous, qui est gradué en millions de kilomètres.

La trajectoire de la planète Zouzou est représentée par une ellipse.

La trajectoire de la comète est représentée par une parabole.

L'origine du plan correspond au soleil du système solaire.



La trajectoire de la planète est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

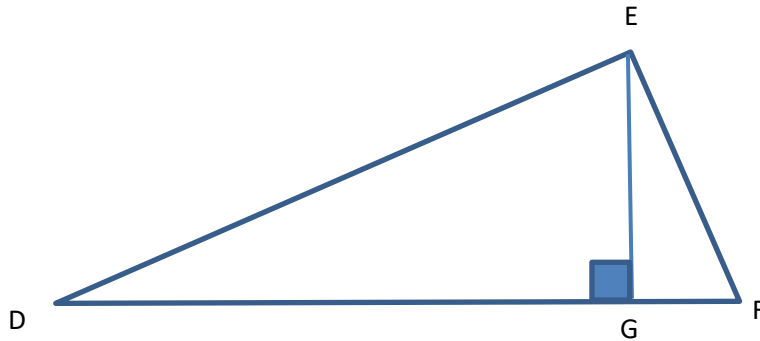
La trajectoire de la comète répond aux critères suivants :

- La différence entre la plus grande distance de la planète au soleil et la distance entre la comète et le soleil lorsqu'elle croise l'axe horizontale est de 1 milliard de kilomètres.
- Le foyer de la parabole correspond à la plus grande distance de la planète au soleil.

**Si la comète entrait en collision avec la planète, à quelle distance du soleil cet évènement se produirait-il ?**

**Tâche 4****La perpendicularité**

Soit le triangle DEF illustré ci-dessous. Le segment EG est une hauteur du triangle DEF.



Soit :

$$\overline{EG} = 1,8 \overline{GF}$$

$$\overline{DG} = 3,24 \overline{GF}$$

**Montrez à l'aide des propriétés des vecteurs que,  $\overline{ED} \perp \overline{EF}$ .**

**Présentez clairement les éléments de votre démarche.**