

MAT-5171

MODÉLISATION ALGÈBRIQUE ET
GRAPHIQUE EN CONTEXTE
FONDAMENTAL

Pré-test A

Nom de l'adulte :

Nom de l'enseignant :

Date :

Résultat :

$\frac{\quad}{100}$

Description

Ce cahier comprend deux sections : la section **Évaluation explicite des connaissances** qui comporte 5 questions et la section **Évaluation des compétences** qui est formée de 4 tâches.

Consignes générales

- Prenez soin de toujours inscrire toutes vos démarches.
- Assurez-vous de définir clairement vos variables quand cela est pertinent.
- Le seuil de réussite du pré-test est de 60%.
- La note zéro sera attribuée à toutes réponse sans traces la justifiant.

Durée :

3 heures.

ÉVALUATION EXPLICITE DES CONNAISSANCES

Question 1

Quel est l'ensemble solution de chacune des inéquations ci-dessous dans l'ensemble de référence \mathbb{R} ?

(a) $\frac{4}{x-2} + 1 \leq 5$

(b) $4 \left(\frac{3}{4}\right)^{2x-3} - 2 \geq -\frac{269}{256}$

Question 2

Voici quelques propriétés d'une fonction rationnelle nommée f .

- $\text{dom } f =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$,
- l'équation de l'asymptote horizontale de f est $y = 4$.
- $f^{-1}(5) = 6$,

Calculer $f(8)$.

Question 3.

Quelles sont les coordonnées des points d'intersection des asymptotes des fonctions suivantes :

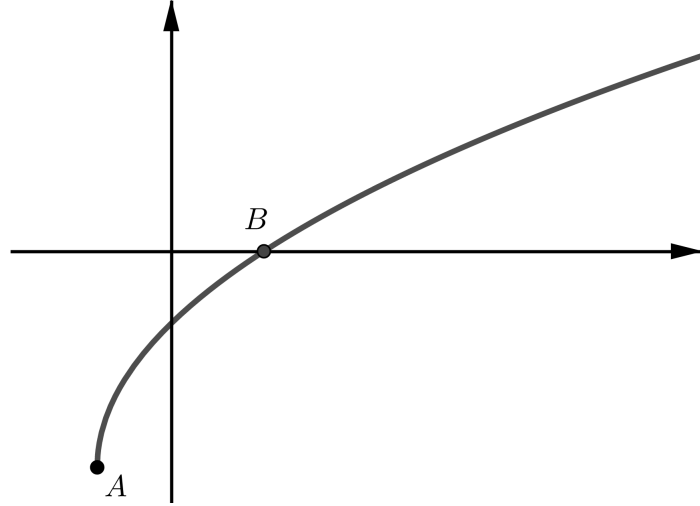
(1) $f(x) = 3(2)^{2x-1} - 5$

(2) $g(x) = -2 \cdot \tan \frac{\pi}{4}(x-1) - 5$

(3) $h(x) = \frac{\log(3(x+7))}{\log 5} + 8$

Question 4

Les abscisses des points A et B appartenant à la fonction f représentée ci-dessous sont respectivement -1 et $\frac{5}{4}$.



Quelle est la règle de f , si son ordonnée à l'origine est -3 ?

Question 5

Calculez la valeur numérique de l'expression suivante

$$\log_{b^2}(c^4) + \log_b(a \times c)^{\frac{3}{4}} + \log_{\frac{1}{b}}\left(\frac{a}{c}\right) - 4,$$

sachant que $\log_b(c) = 5$ et $\log_b(a) = 3$.

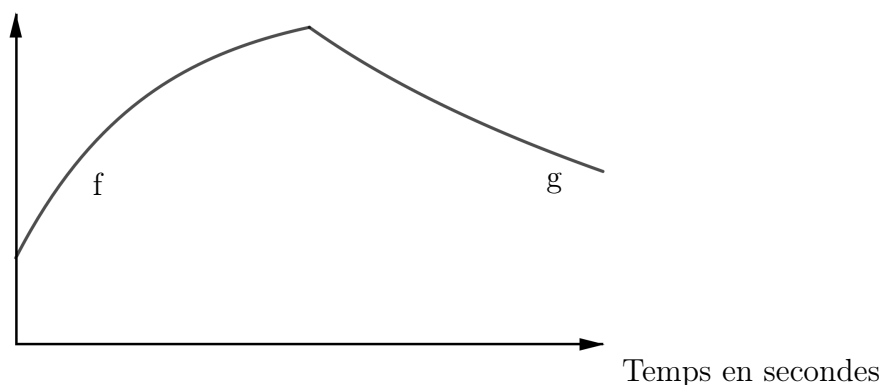
ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

Tâche 1 : charge et décharge

Les condensateurs sont des composantes électroniques ou électriques qui sont utilisés comme des réservoirs d'électricité. Ils sont utilisés pour réaliser divers fonctions. Dans ces utilisations, ils sont chargés puis déchargés selon un rythme bien précis pour remplir la fonction en question.

Un certain condensateur se charge en électricité à travers un certain résistor selon la courbe de la fonction exponentielle représentée ci-dessous dont la règle est de la forme $f(x)=a(c)^{\frac{x}{32}}+24$. Il est ensuite déchargé, dans un dispositif à commande numérique, selon la courbe de la fonction logarithmique $g(x)=a \cdot \log(x)+k$.

Tension en Volts



Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la tension électrique, en volts, entre les bornes de ce condensateur où

- la tension initiale aux bornes du condensateur est de 6 volts,
- la charge maximale du condensateur est de 22 volts.
- les charges du condensateur à la 32ème et à la 128ème seconde sont respectivement de 18 et 12 volts.
- la charge maximale est atteinte après la 32ème seconde.

Une Diode Electro-Luminescente (DEL) qui se trouve dans le circuit du condensateur s'allume lorsque la charge de celui-ci est supérieure à 18 volts. Pendant combien de temps la DEL restera-t-elle allumée ?

Tâche 2 : un pendule tout à fait à l'heure

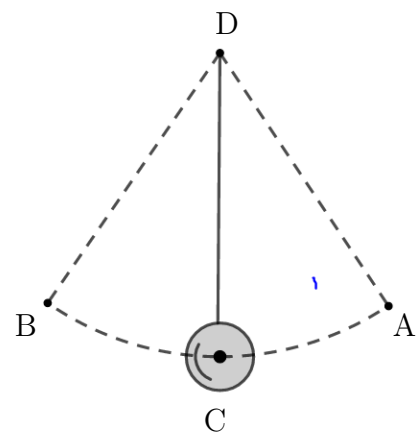
En mécanique, un pendule simple est obtenu en accrochant une masse à un fil. Lorsque cette masse est écartée de sa position de repos, puis relâchée, elle va osciller autour de cette position. Dans le vide, un tel pendule oscillera indéfiniment. La position de la masse du pendule varie selon une fonction périodique dont la fréquence dépend uniquement de la longueur du fil dans une zone géographique donnée.

Nous avons deux pendules simples, le pendule P1 et le pendule P2. Voici les descriptions de leurs mouvements.

Pendule P1

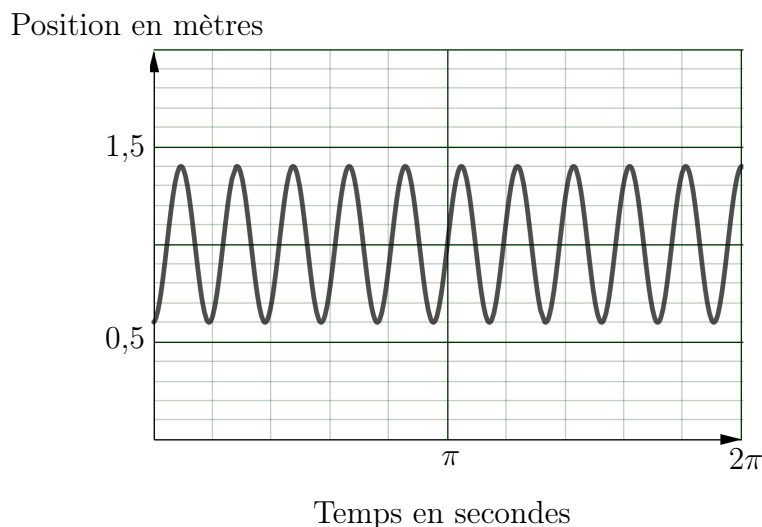
La figure ci-contre représente le pendule simple P1 dont le fil est accroché au point D. Le centre C de ce pendule oscille autour de la position d'équilibre entre les points A et B comme suit :

- Au début du mouvement le pendule se trouve au point A qui est à 1,25 m du sol.
- La longueur du fil du pendule est telle que celui-ci réalise 75 oscillations par minutes.
- À sa position la plus basse, la masse du pendule se trouve à 85 cm du sol.



Pendule P2

Le graphique ci-dessous représente la position par rapport au sol du pendule P2 dont la structure est semblable à celle du pendule P1. Seules leurs longueurs sont différentes.



Si les deux pendules sont mis en mouvement simultanément, alors quelle serait la différence de leurs hauteurs 225 secondes plus tard. Arrondir le résultat au centimètre près.

Tâche 3 : attention au chevreuil !

Après avoir traversé un feu de circulation, deux voitures A et B roulent côte-à-côte sur une route à deux voies sensiblement à la même vitesse de 50 km/h. Quelques temps plus tard, le conducteur de la voiture A aperçoit un chevreuil traverser tranquillement sa voie et freine de manière constante et sans s'arrêter jusqu'à ce que la bête ait dégagé la voie. La table de valeurs suivante montre la variation de la vitesse, en m/s, de ce véhicule en fonction du temps écoulé (en secondes) depuis le feu de circulation. Maintenant que le drame est évité, le conducteur du véhicule A accélère pour reprendre son rythme.

Temps en secondes	Vitesse en m/s
0	14
24	14
36	13
72	10
108	13
120	14
132	15
144	16

Les gens évitent de dépasser la vitesse limite de 60 km/h, car un photo-radar surveille en permanence cette rue. Ce radar est installé à la hauteur d'un autre feu de circulation qui se trouve à 800 m du précédent. Le conducteur de la voiture B a gardé sa vitesse constante entre les deux feux.

Si la voiture A maintient sa cadence et arrive à la hauteur du deuxième feu de circulation 2 minutes après la voiture B, est-ce que son conducteur recevrait une contravention ?



Tâche 4 : la conjecture !

Soient les règles de trois fonctions

$$f(x) = \frac{x - 4}{2x + 5}$$

$$g(x) = 3x - 5$$

$$h(x) = 2(4)^x$$

En calculant $f \circ f^{-1}$, $g \circ g^{-1}$ et $h \circ h^{-1}$, émettez une conjecture quant à la valeur d'une telle opération.

