

Commission Scolaire De Montréal

Centre Sainte-Croix

Prétest A

Mat-5170 2

Le fromage, une histoire de lien finalement!

Optimisation en contexte fondamental

Questionnaire

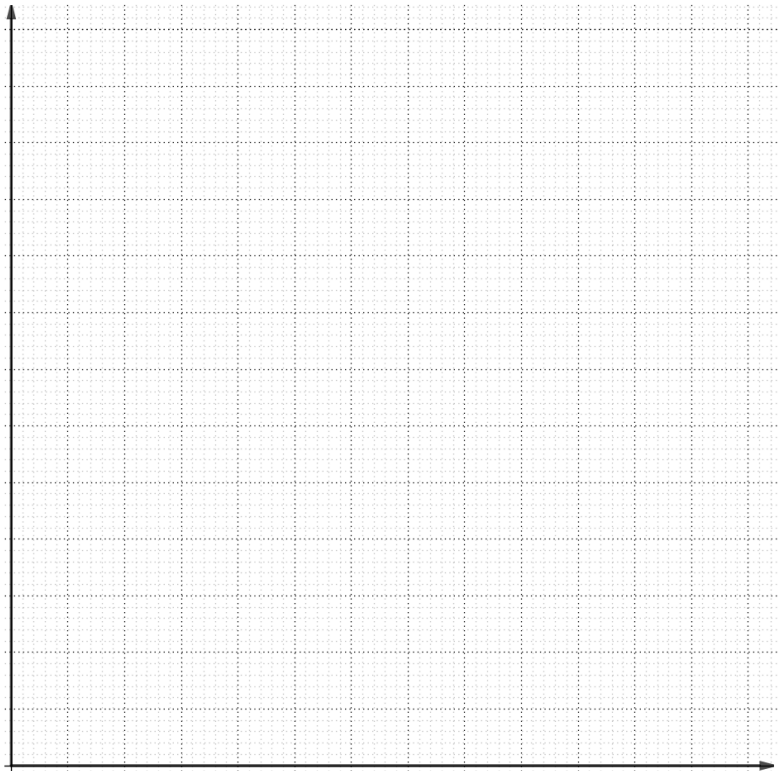
Préparé par *Ghellache Mohamed-Seghir*

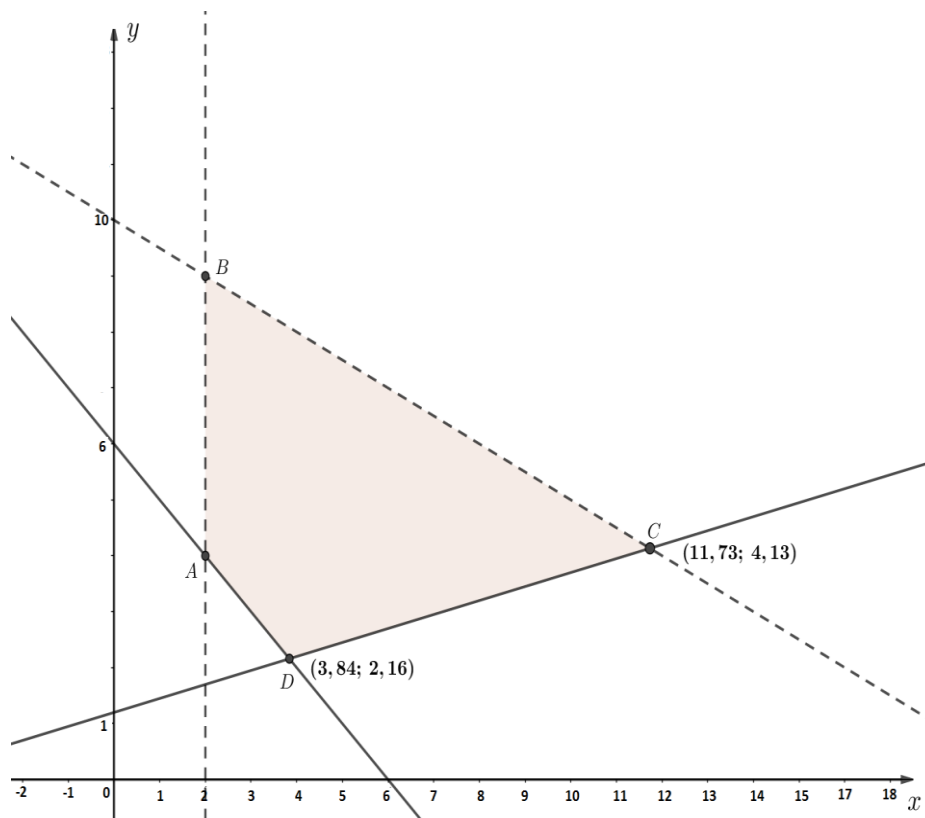
Juin 2018

Question 1

Représenter graphiquement l'ensemble-solutions du système d'inéquations à deux variables suivant.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y > 2 \\ 4x - 3y \geq 3 \\ x < 2y \\ y + x \leq 10 \end{cases}$$



Question 2

a) Déterminer le système d'inéquations à deux variables correspondant au polygone de contraintes ci-dessus.

b) Déterminer les coordonnées des sommets A et B .

Question 3

Traduire chacun des énoncés suivants par une inéquation à deux variables. Ne pas oublier d'identifier les variables.

1) Dans une même période, un entrepreneur construit en moyenne au moins 5 condos de plus que le double du nombre de maisons individuelles.

2) Une usine de production d'articles ménagers fabrique des cuisinières et des machines à laver au coût respectivement de 350\$ et 403\$ l'unité. Le coût total de production pour ces deux articles ne dépasse pas 46 000 \$.

3) L'âge d'une mère est au plus 10 ans de moins que le quadruple de l'âge de sa fille.

4) Deux nombres réels sont tels que l'un dépasse de 19 les trois quarts de leur somme.

5) Deux joueurs de basket comparent leurs statistiques de pointage des années précédentes. L'un a fait 25 points par match en moyenne et l'autre 13 points. L'équipe dont ils font partie a fait 1785 points par saison en moyenne. Les deux basketteurs font ensemble au plus le tiers de tous les points de l'équipe.

Question 4

Soit le système d'inéquations suivant.

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq -2 \\ \frac{1}{2}x + y < 11 \\ 2x + y - 16 \leq 0 \\ x > 5 - y \end{cases}$$

Est-ce que les points suivants font partie du polygone de contraintes représenté par le système d'inéquations ci-dessus? Encercler la bonne réponse.

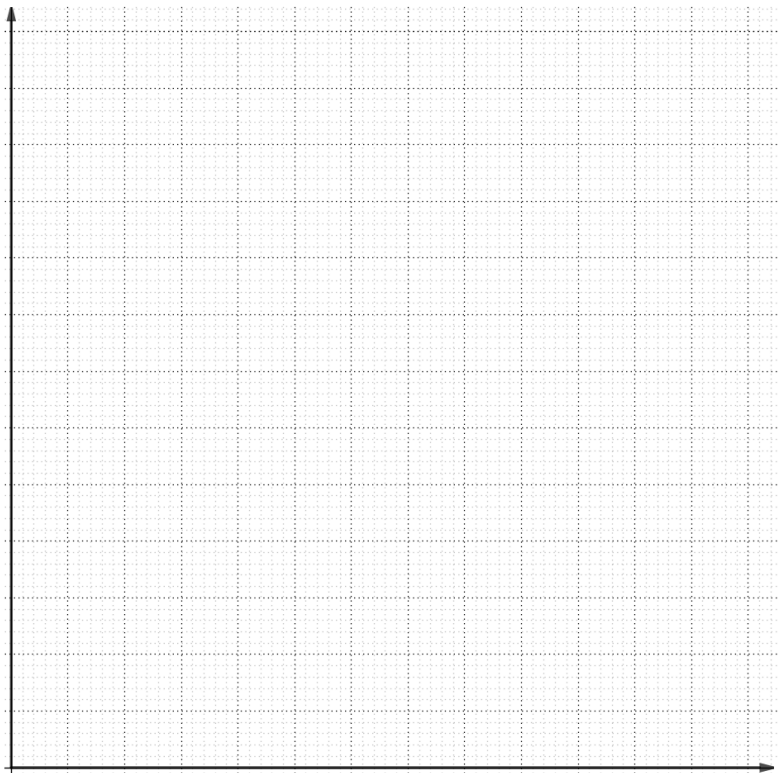
- | | | | |
|----|--------------------------------|-----|-----|
| 1) | $(1; 5)$ | Oui | Non |
| 2) | $(\frac{10}{3}; \frac{28}{3})$ | Oui | Non |
| 3) | $(3; 3)$ | Oui | Non |
| 4) | $(8; 0)$ | Oui | Non |
| 5) | $(\frac{3}{2}; \frac{10}{3})$ | Oui | Non |

Question 5

Soit la fonction à optimiser $Z = 12x + 6y$, soumise aux contraintes suivantes :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + y \geq 1 \\ 100x + 50y \leq 500 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 3y \end{cases}$$

Démontrer que si les sommets A et B consécutifs du polygone de contraintes correspondent tous deux à un maximum ou un minimum de la fonction, alors tout point du côté AB correspond également à un minimum ou à un maximum de la fonction.



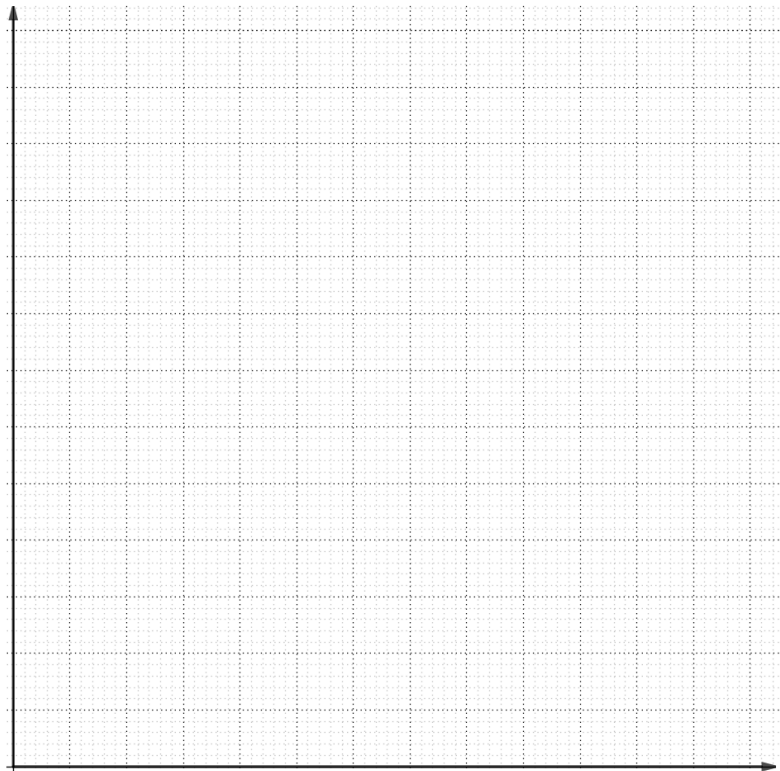
Tâche 1 Quoi et combien cultiver?

Un agriculteur doit sélectionner une parcelle de terre de ses champs pour y faire pousser des plants de maïs et de colza. Cette parcelle de terre est d'une aire telle que 5 fois la partie réservée aux plants de maïs plus 3 fois celle réservée aux plants de colza donne une somme inférieure ou égale à 900 hectares. Le maïs rapportant plus que le colza, il prévoit un gain de 650 \$ à l'hectare pour le maïs et 480 \$ à l'hectare pour le colza. Mais, il est contraint de respecter l'environnement en utilisant au plus 25 tonnes d'engrais pour fertiliser la terre et de limiter sa consommation d'eau à 110 000 m^3 pour l'arrosage de ses cultures.

En moyenne, l'agriculteur utilise 300 m^3 d'eau et 100 kg d'engrais par hectare de maïs et 1 000 m^3 d'eau et 200 kg d'engrais par hectare de colza.

Comment doit-il organiser ses cultures pour espérer un gain maximal ? Quel est ce gain?
Justifier clairement les réponses.

Noter que **1 tonne = 1 000 kg**.



Tâche 2 Se mettre au vert, à quel prix?

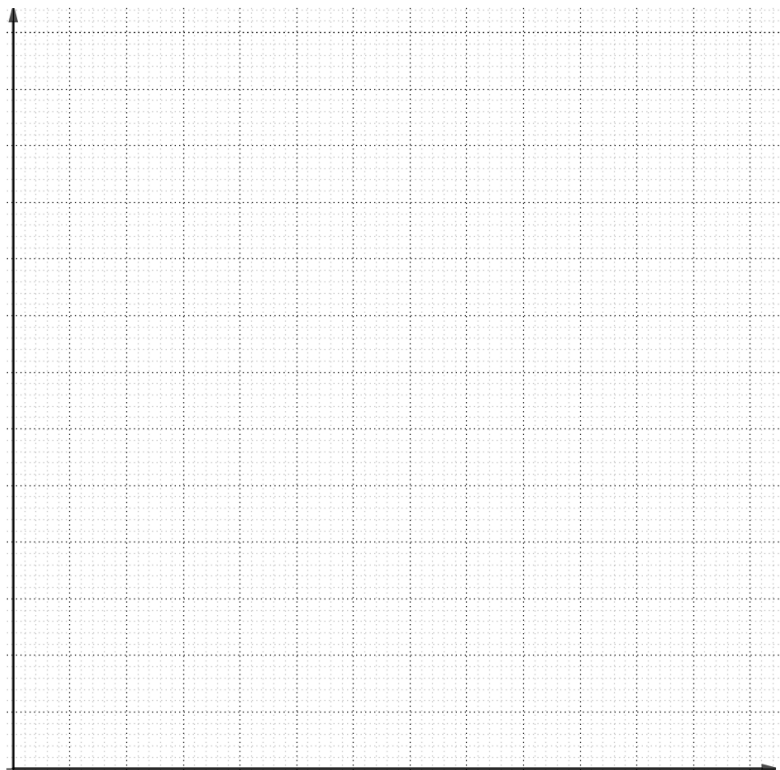
Malgré les promesses, une entreprise de distribution d'électricité ne peut offrir à sa clientèle plus de 30% d'électricité d'origine renouvelable. Sa capacité de distribution pour la prochaine année est estimée à 20 TWh (térawattheures) au plus. Pour l'achat en gros de son électricité, l'entreprise a sélectionné deux fournisseurs d'énergie électrique qui lui offrent le % d'électricité renouvelable, la quantité achetable et la marge bénéficiaire ci-dessous.

	% d'électricité renouvelable	Quantité d'électricité achetable (TWh)	Bénéfice (k\$/TWh)
Fournisseur A	12 %	16	1 020
Fournisseur B	50 %	8	870

a) Chez quel(s) fournisseur(s) et en quelle quantité cette entreprise devra-t-elle acheter son électricité pour avoir le meilleur bénéfice possible? Justifier clairement la réponse.

Le département recherche et développement du fournisseur A veut augmenter la part de l'électricité renouvelable à 20%, tout en offrant 20 TWh d'électricité achetable. Le fournisseur ne prévoit aucune augmentation de prix.

b) Quels impacts aura cette décision sur le bénéfice de l'entreprise ainsi que sur les ventes des deux fournisseurs? Justifier clairement la réponse.



Tâche 3 Le fromage, une histoire de lieu finalement!

Une laiterie fabrique deux sortes de fromages : un fromage à pâte molle qui exige plus d'heures de travail et qui nécessite un lait produit dans une région bien précise, et un fromage à pâte molle demandant moins d'heures de travail et pouvant être fabriqué à partir de n'importe quel lait, raison pour laquelle sa vente dégage moins de profit que le fromage à pâte dure.

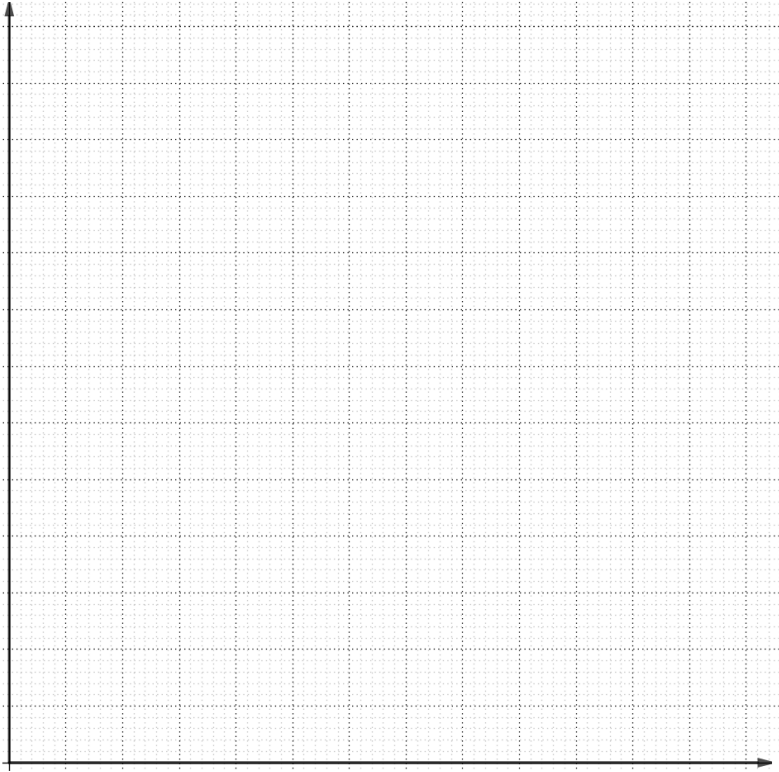
Pour sa production, la laiterie reçoit 5,5 millions de litres de lait pour le fromage à pâte dure et 7,4 millions de litres de lait pour le fromage à pâte molle. Annuellement, la laiterie consacre jusqu'à 21 000 heures de travail.

La production d'une tonne de fromage exige les moyens indiqués dans le tableau suivant :

Formage à :	Nombre d'heures de travail	Quantité de lait
pâte dure	34 <i>h</i>	12 500 <i>litres</i>
pâte molle	15 <i>h</i>	7 400 <i>litres</i>

Un kilogramme de fromage à pâte dure dégage 6 \$ de profit, tandis qu'un kilogramme de fromage à pâte molle dégage 2 \$ de profit.

Quelle quantité de chaque sorte de fromage doit fabriquer la laiterie pour optimiser son profit? Justifier clairement la réponse.



Tâche 4 Une soirée à caractère politique

L'organisation centrale d'un parti politique organise une soirée pour recueillir des fonds qui serviront à couvrir les coûts de la propagande électorale. En raison des dimensions de la salle dans laquelle se tiendra l'évènement, le nombre total de places est limité à 250. Au plus 100 places seront réservées aux personnes membres du parti. De plus, les organisateurs prévoient qu'il y aurait au moins $\frac{19}{6}$ fois plus de personnes non-membres qui sont de fidèles supporters du parti que de personnes membres qui assisteront à cette soirée.

Les personnes membres paieront 4 dollars le billet et les personnes non-membres 50 \$.

Quel devrait-être le nombre de billets vendus aux personnes membres et aux personnes non-membres pour maximiser les profits de cette soirée? Justifier clairement la réponse.

