Commission
scolaire
de Montréal

Centre Champagnat

F|A|D|@

MAT-4273

Corrigé

Version A

Nom de l'adulte :

Nom de l'enseignant :

Date :

Résultat : $\overline{}$ 100

Conçu par Boualam. Ouazine.
V1.2019

CONSIGNES

Description

Pour se mettre dans une situation semblable à celle d'une évaluation réelle, cet examen théorique est divisé en deux sections, soit l'évaluation explicite des connaissances et l'évaluation des compétences. L'évaluation des connaissances comporte 8 questions (un peu plus que l'examen réel, pour enrichir l'expérience de l'adulte). Les compétences seront quant à elles évaluées à partir de mises en situation en 5 tâches.

- Tâche 1 : Une antiquité à restaurer.
- Tâche 2 : Des escaliers à vous étourdir.
- Tâche 3 : Des jardins suspendus, aux ponts suspendus.
- Tâche 4 : La distance entre deux bâtiments.
- Tâche 5 : Une démonstration de force !

Consignes et renseignements

- Inscrivez votre nom et prénom dans l'espace réservé à cet effet, sur la première page du cahier de l'adulte.
- La partie **Évaluation des compétences** compte pour 80 % de la note finale, et, la partie **Évaluation explicite des connaissances** compte pour 20 %.

Matériel autorisé

- Calculatrice ordinaire ou graphique.
- Vous pouvez utiliser une feuille aide mémoire préalablement approuvée par votre enseignant titulaire.
- Feuilles vierges supplémentaires.

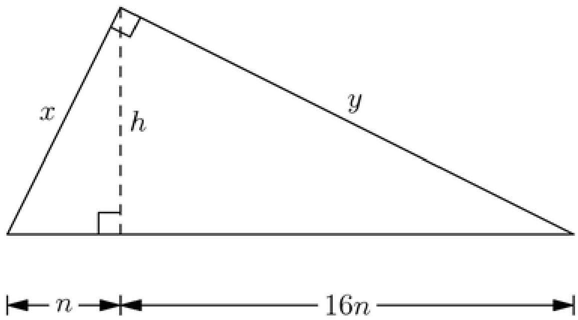
Durée

- 3 heures.

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES.

Question 1

Relativement au triangle rectangle ci-dessous, dans lequel nous avons tracé la hauteur relative à son hypoténuse, quelle(s) expression(s) est (sont) nécessairement fausse(s) ?



A) $\dfrac{x}{n} = \sqrt{17}$

B) $y^2 = 272n^2$

C) $h = 16n^2$

D) $n^2 = \dfrac{xy}{68}$

- Selon le théorème de la cathète, «Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est la moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière», nous avons

$$
\begin{aligned}
x^2 &= n \times (n + 16n) \\
x &= \sqrt{17n^2} \\
&= n\sqrt{17}
\end{aligned}
$$

ou

$$\frac{x}{n} = \sqrt{17}$$

Cela montre que l'affirmation A) est vraie. De la même façon,

$$\begin{aligned} y^2 &= 16n \times (n + 16n) \\ &= 272n^2 \end{aligned}$$

L'affirmation B) est alors vraie.

- Selon le théorème de la hauteur, «Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse»,

$$\begin{aligned} h^2 &= n \times 16n \\ &= 16n^2 \quad (*) \end{aligned}$$

Ce qui montre que l'affirmation C) est fausse.

- Selon le théorème du produit des cathètes, «Dans le triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit», nous pouvons écrire

$$(n + 16n) \times h = xy$$
$$17nh = xy$$
De l'équation (*), $h = 4n, donc$
$$17n \times 4n = xy$$
$$n^2 = \frac{xy}{68}$$

L'affirmation D) est vraie.

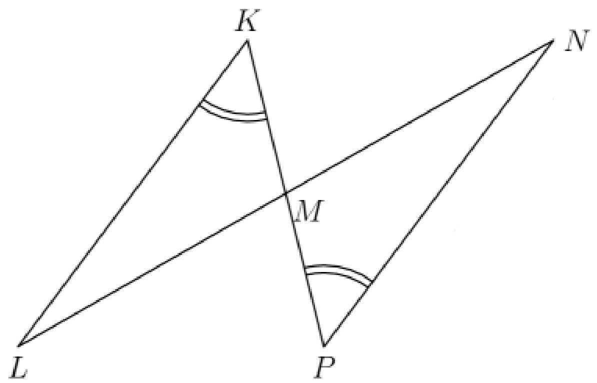
Conclusion : seule l'affirmation C) est fausse.

Question 2

Dans la figure ci-dessous, le point M se trouve à l'intersection des segments LN et KP. De plus,

- $\text{m}\overline{LM} = 4$,
- $\text{m}\overline{MN} = 5$,
- $\text{m}\overline{KL} = 6$,

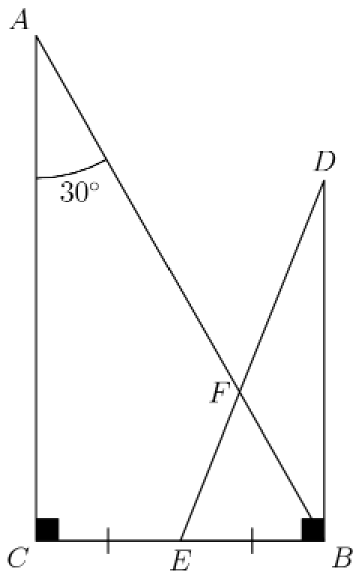
Quelle est la mesure du segment NP ?



Affirmation	**Justification**
$\angle LMK \cong \angle NMP$	Les angles opposés par le sommet sont congruents.
$\angle LKM \cong \angle MPN$	Par hypothèse
$\Delta KLM \sim \Delta NMP$	Les triangles ayant deux angles homologues congrus sont semblables.
$\frac{m\overline{NP}}{m\overline{KL}} = \frac{m\overline{MN}}{m\overline{LM}}$	Les côtés homologues de triangles semblables sont proportionnels.
$m\overline{NP} = 6 \times \frac{5}{4} = 7,5$	Par résolution de la proportionnalité.

Question 3

Dans la figure suivante, les segments AC et BD sont perpendiculaires au segment BC. Le point E est le milieu de ce dernier. Les segments AB et BD mesurent respectivement 8 et 3 unités. Quelle est la mesure de l'angle au sommet D ?



Dans le triangle rectangle ABC,

$$\begin{aligned} m\overline{BC} &= m\overline{AB} \times \sin m\angle BAC \\ &= 8 \sin 30 \\ &= 4. \end{aligned}$$

Comme E est le milieu de BC,

$$m\overline{BE} = 4 \div 2 = 2.$$

Dans le triangle rectangle BED,

$$\begin{aligned} m\angle BDE &= \tan^{-1}\left(\frac{m\overline{BE}}{m\overline{BD}}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \\ &\approx 33,69°. \end{aligned}$$

Question 4

Voici quelques affirmations faites par des élèves concernant les triangles ABC et KLM représentés ci-après :

(1) m$\overline{AB}$ =m$\overline{KL}$,

(2) ΔABC n'est pas nécessairement congru à ΔKLM,

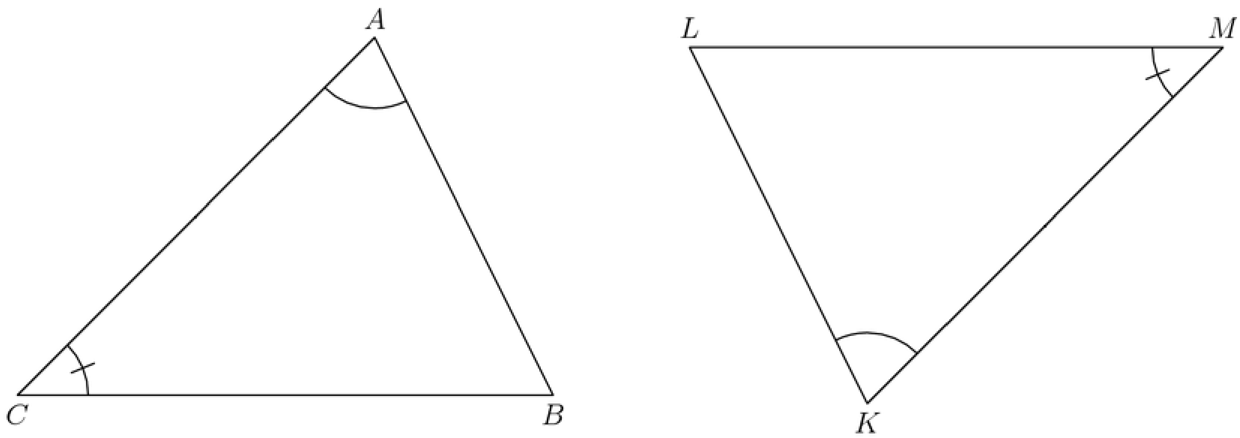
(3) les triangles ABC et KLM ne sont pas nécessairement équivalents,

(4) les triangles ABC et KLM ne sont pas nécessairement semblables.

Quelle combinaison d'affirmations est correcte ?

A) (1), (3) B) (2), (3)

C) (3), (4) D) (1), (2)

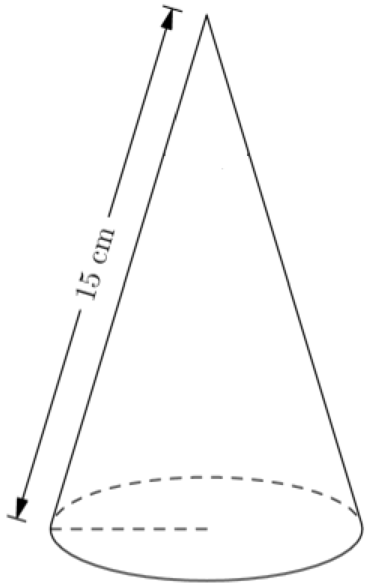


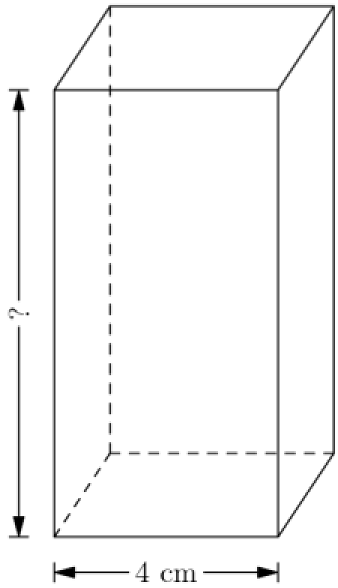
C'est la combinaison B) qui est vraie.

- L'affirmation (1) est fausse, car il n'y a rien dans les hypothèses qui pourrait laisser affirmer qu'elle soit vraie.
- L'affirmation (2) est forcément vraie, car aucune des trois conditions minimales de congruence des triangles n'est vérifiée.
- L'affirmation (3) est vraie, car nous ne pouvons affirmer que les deux triangles ont la même aire.
- L'affirmation (4) est fausse, car les deux triangles ont deux angles homologues congrus ce qui est suffisant pour affirmer, selon la condition minimale de similitude A-A, qu'ils sont semblables.

Question 5

Le cône droit et le prisme droit à base carrée représentés ci-dessous sont équivalents. L'angle à l'apex du prisme mesure 64°.





Si la mesure de l'apothème du cône est de 15 cm et que la mesure du côté de la base du prisme est 4 cm, alors quelle est la hauteur de ce prisme ?

Les deux solides ont le même volume, car ils sont équivalents.
Soit h, la hauteur du cône et, r son rayon. Dans le triangle rectangle formé par l'apothème, la hauteur et le rayon de la base du cône, la hauteur est la bissectrice de l'angle à l'apex, α. De plus,

$$\begin{aligned} h &= a \times \cos(\alpha \div 2) \\ &= 15\cos(32) \\ &\approx 12,72 \text{ cm} \end{aligned}$$

et,

$$\begin{aligned} r &= a \times \sin(\alpha \div 2) \\ &= 15\sin(32) \\ &\approx 7,95 \text{ cm} \end{aligned}$$

Le volume du cône est donc

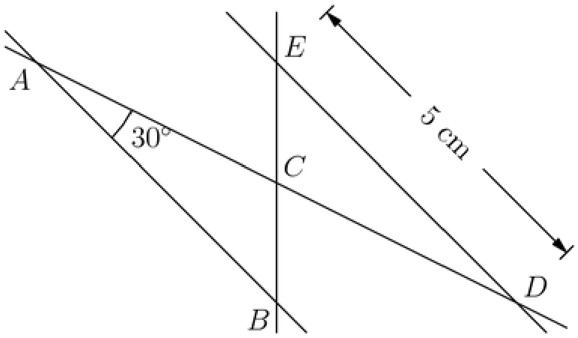
$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} \\ &= \frac{\pi \times 7.95^2 \times 12.72}{2} \\ &\approx 841.62 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Soit, maintenant, x la hauteur du prisme et c, la mesure du côté de sa base, alors

$$\begin{aligned} V &= c^2 \times x \\ 841.62 &= 4^2 \times x \\ x &= 52,6 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Question 6

Dans la figure ci-dessous, le segment CA mesure 4 cm. Si le point C est le milieu des segments BE et AD, alors quelle est la mesure du segment CE ?



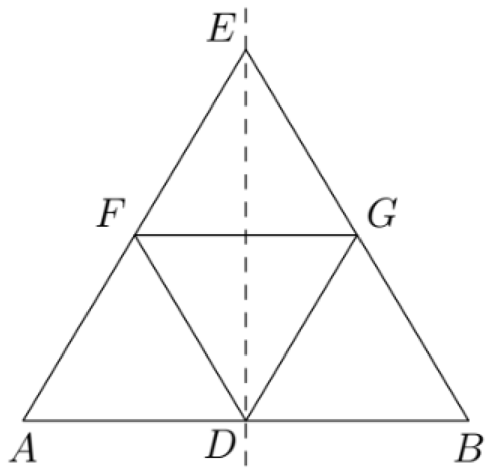
Affirmation	**Justification**
$\overline{AC} \cong \overline{CD}$	C est un point milieu.
$\overline{BC} \cong \overline{CE}$	C est un point milieu.
$\angle ACB \cong \angle DCE$	Des angles opposés par le sommet sont congrus.
$\Delta ABC \cong \Delta CDE$	Des triangles ayant un angle congru compris entre deux côtés homologues isométriques sont isométriques.
$m\overline{CD} = m\overline{AC} = 4$ cm	Les côtés homologues des triangles isométriques sont isométriques.
$m\angle BAC = m\angle CDE = 30°$	Les angles homologues des triangles isométriques sont congrus.

Selon la loi des cosinus appliquée au triangles CDE, on peut écrire

$$\begin{aligned} m\overline{CE}^2 &= m\overline{DE}^2 + m\overline{CD}^2 - 2 \times m\overline{DE} \times m\overline{CD} \times \cos m\angle CDE \\ &= 5^2 + 4^2 - 2 \times 5 \times 4 \times \cos 30 \\ &\approx 6,34 \text{ cm.} \\ m\overline{CE} &= 2,52cm \end{aligned}$$

Question 7

Le sommet E du triangle ABE que représente la figure ci-dessous est situé sur la médiatrice du segment AB qui coupe ce dernier au point D. Les points F et G sont respectivement les milieux des segments AE et BE. Si $m\overline{FD} = 15$, alors, quelle est la mesure du segment GD ?



Montrons d'abord que les segments AE et BE sont isométriques et que les angles aux sommets A et B sont congrus.

Affirmations	Justifications
$\angle EDA \cong \angle EDB$	Les deux angles sont droits.(Propriétés de la médiatrice d'un segment.)
$\overline{AD} \cong \overline{BD}$	Le segment ED est la médiatrice du segment AB.
$\overline{ED} \cong \overline{ED}$	Tout segment est congru à lui-même.
$\Delta ADE \cong \Delta BDE$	Des triangles ayant un angle congru compris entre deux segments isométriques sont isométriques. (Cas d'isométrie C-A-C.)
$\overline{AE} \cong \overline{BE}$	Les côtés homologues de triangles isométriques sont isométriques.
$\angle A \cong \angle B$	Les angles homologues de triangles isométriques sont congrus.

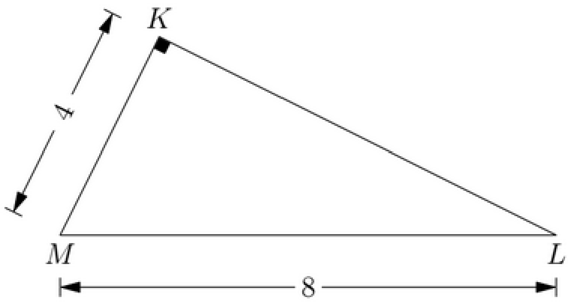
Montrons maintenant que les segments DF et DG sont isométriques.

Affirmations	Justifications
$\overline{BG} \cong \overline{AF}$	Les points F et G sont des points milieux de deux côtés isométriques.
$\overline{AD} \cong \overline{BD}$	le point D est au milieu du segment AB.
$\Delta ADF \cong \Delta BDG$	Des triangles ayant un angle congru compris entre deux segments isométriques sont isométriques. (Cas d'isométrie C-A-C.)
$\overline{DF} \cong \overline{DG}$	Les côtés homologues de deux triangles isométriques sont congrus.

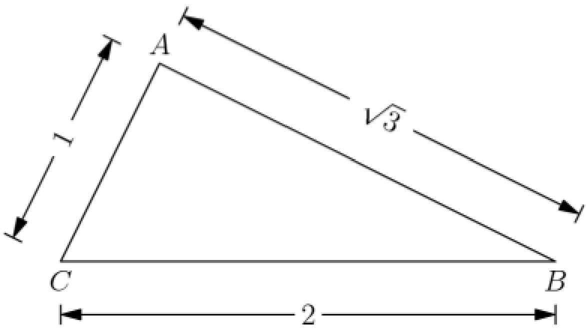
Conclusion : la mesure du segment GD est de 15 cm.

Question 8.

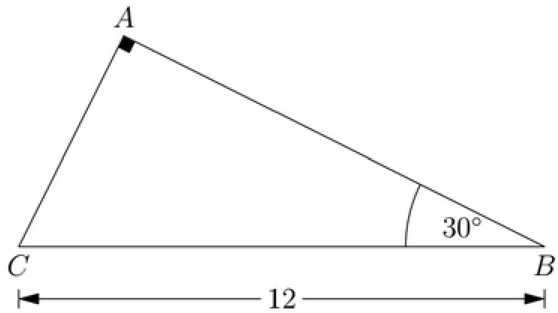
Lequel des triangles suivants n'est pas semblable au triangle KLM ?



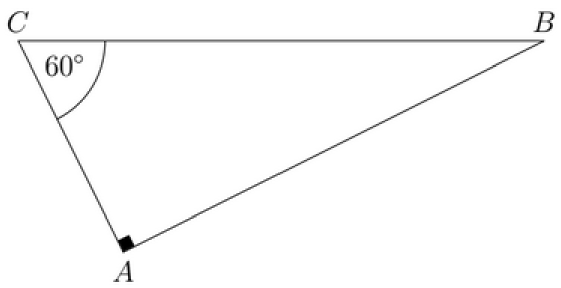
A)



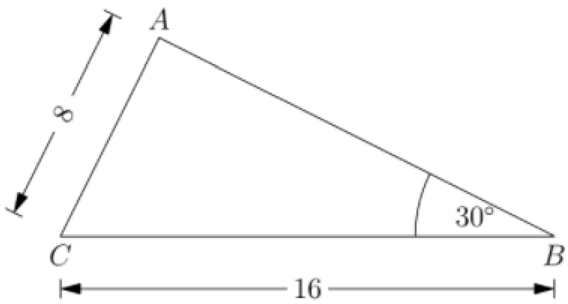
B)



C)



D)



Dans le triangle rectangle KLM,

$$\begin{aligned} m\overline{KL} &= \sqrt{m\overline{LM}^2 - m\overline{KM}^2} \\ &= \sqrt{8^2 - 4^2} \\ &= \sqrt{48} \\ &= 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

et,

$$\begin{aligned} m\angle KLM &= \sin^{-1}\left(\frac{4}{8}\right) \\ &= 30^\circ \\ m\angle KML &= 90 - 30 = 60^\circ. \end{aligned}$$

- Dans la figure A), le rapport des côtés homologues des triangles ABC et KLM est de 4.

$$\frac{m\overline{KM}}{m\overline{AC}} = \frac{m\overline{KL}}{m\overline{AB}} = \frac{m\overline{LM}}{m\overline{CB}}$$
$$\frac{4}{1} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{8}{2} = 4$$

  Les deux triangles sont alors semblables en vertu de la condition minimale de similitude C-C-C.

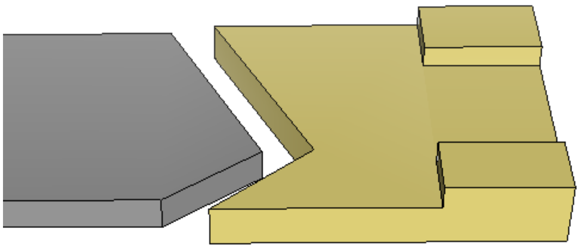
- Dans la figure B), le triangle ABC a deux angles congrus à deux du triangle KLM, selon la condition minimale de similitude A-A, on peut affirmer que ces triangles sont semblables.

- Pour la figure C), on peut tenir le même type de raisonnement que pour la figure B).

- Pour la figure D), aucune des conditions minimales de similitude n'est satisfaite. Le triangle ABC n'est pas nécessairement semblable au triangle KLM.

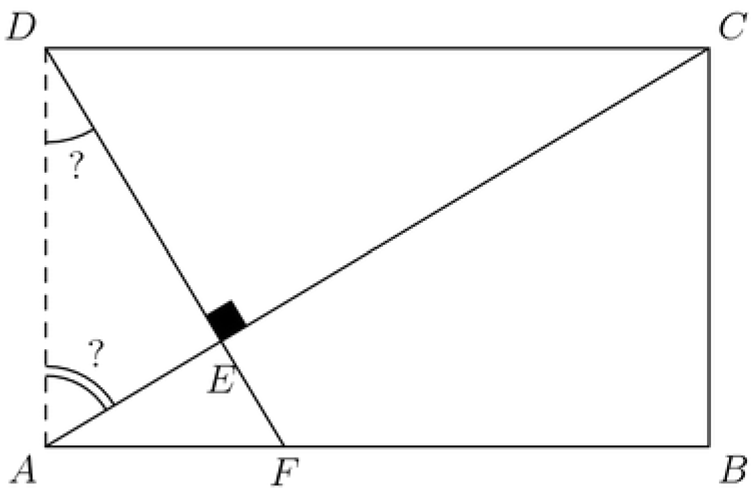
Tâche 1 : Une antiquité à restaurer.

Pour la restauration d'un objet antique une équipe de spécialistes doit réaliser une pièce à partir d'une planche en bois rectangulaire que représente le quadrilatère $ABCD$ ci-dessous. Pour ce faire, il faut découper un triangle rectangle ADE pour que l'assemblage soit possible avec l'objet en question. Cette coupe doit respecter les mesures suivante :



- $m\overline{CE} = 13,5$ cm,
- $m\overline{EF} = 4$ cm.

Quelles sont les mesures des angles de coupe, ADE et DAE, pour que l'assemblage soit parfait ?



Trouver les mesures des segments AE et DE.
Pour ce faire, trouvons le lien entre les segments des triangles AEF et CDE.

Affirmations	Justifications
$\angle EAF \cong \angle DCE$	Les angles alternes-internes formés par deux segments parallèles (AB et CD) coupés par une sécante (AC) sont congrus.
$\angle AEF \cong \angle CED$	Deux angles opposés par le sommet sont congrus.
$\Delta AEF \sim \Delta CDE$	Deux triangles ayant deux angles homologues congrus sont semblables. (Cas de similitude A-A)
$\frac{m\overline{CE}}{m\overline{AE}} = \frac{m\overline{DE}}{m\overline{EF}}$	Les mesures de côtés homologues de deux triangles semblables sont proportionnels.

Soit x la mesure du segment AE et y la mesure du segment DE. On peut écrire

$$\frac{13,5}{x} = \frac{y}{4}$$
$$xy = 54$$

D'autre part, dans la triangle rectangle ADF, le segment AE est la hauteur relative à son hypoténuse DF. D'après le théorème de la hauteur(relations métriques dans le triangle rectangle),

$$m\overline{AE}^2 = m\overline{EF} \times m\overline{DE}$$

ou bien

$$x^2 = 4y.$$

Nous avons maintenant le système d'équations suivants :

$$xy = 54 \qquad (1)$$
$$x^2 = 4y \qquad (2)$$

Pour résoudre ce système, on isole la variable y dans la deuxième équation ($y = \frac{x^2}{4}$) que l'on substitue dans la première équation :

$$\frac{x^3}{4} = 54$$
$$x^3 = 216$$
$$x = 6$$

Donc, $m\overline{AE} = x = 6$ cm. On déduit la valeur numérique de y comme suit.

$$y = \frac{6^2}{4}$$
$$= 9$$
$$m\overline{DE} = y = 9 \text{ cm}$$

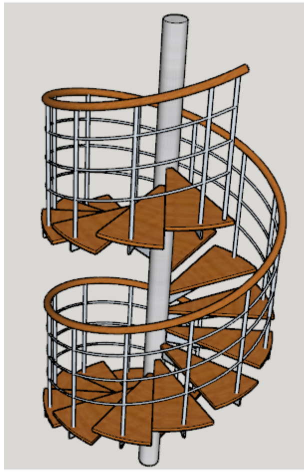
Calculer les mesures des angles de coupe ADE et DAE.
Le triangle ADE est rectangle en E, donc :

$$\tan(m\angle ADE) = \frac{m\overline{AE}}{m\overline{DE}}$$
$$m\angle(ADE) = \tan^{-1}(\frac{6}{9}) \approx 33,69°$$
$$m\angle(DAE) = 90 - m\angle ADE \approx 56,31°$$

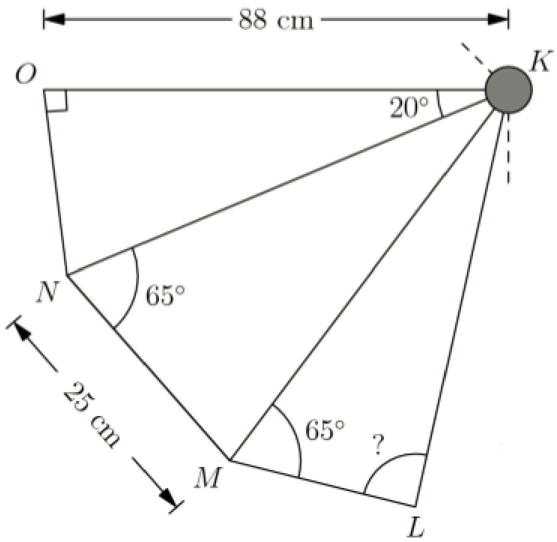
Conclusion : la mesure de l'angle ADE est de $33,69°$ et la mesure de l'angle DAE est de $56,31°$.

Tâche 2 : Des escaliers à vous étourdir.

Les escaliers sont des structures indispensables dans la plupart des bâtisses. Parfois, ils peuvent être seulement décoratifs et prennent plusieurs formes selon l'endroit et l'espace disponible à leur installation. Dans les endroits exigus, on a tendance à installer des escaliers tournants ou hélicoïdaux.



Dans la figure ci-dessous, nous avons représenté la vue de dessus des trois dernières marches irrégulières d'un escalier d'intérieur en colimaçon. Nous y avons reporté quelques mesures essentielles.



Pour un design ultra-contemporain, mais aussi pour donner beaucoup de luminosité, toutes les marches sont obtenues en coupant, selon des angles précis, des feuilles rectangulaires en verre trempé. La marche triangulaire KLM est réalisée en deux coupes dans une telle feuille. Quelle est, au degré près, la mesure de l'angle, KLM, si la mesure du segment KL est de 80 cm ?

Trouver la mesure du segment KN.

Dans le triangle rectangle KON,

$$\begin{aligned}\cos\angle NKO &= \frac{m\overline{KO}}{m\overline{KN}}\\ \cos(20) &= \frac{88}{m\overline{KN}}\\ m\overline{KN} &= \frac{88}{\cos(20)}\\ &\approx 93,65 \text{ cm}\end{aligned}$$

Trouver la mesure du segment KM.

Appliquons la loi des cosinus au triangle KMN.

$$\begin{aligned}m\overline{KM}^2 &= m\overline{KN}^2 + m\overline{MN}^2 - 2\times m\overline{KN}\times m\overline{MN}\times\cos m\angle KNM\\ &= 93,65^2 + 25^2 - 2\times 93,65\times 25\times\cos(65)\\ &= \sqrt{93,65^2 + 25^2 - 2\times 93,65\times 25\times\cos(65)}\\ &\approx 86,12 \text{ cm}\end{aligned}$$

Trouver la mesure de l'angle KLM.

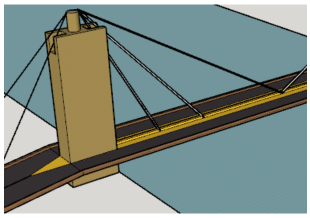
La loi des sinus appliquée au triangle KLM donne

$$\begin{aligned}\frac{\sin(m\angle KLM)}{m\overline{KM}} &= \frac{\sin(m\angle KML)}{m\overline{KL}}\\ \frac{\sin(m\angle KLM)}{86,12} &= \frac{\sin(65)}{68}\\ m\angle KLM &= \sin^{-1}(\frac{86,12\times\sin(65)}{80})\\ &\approx 77^\circ\end{aligned}$$

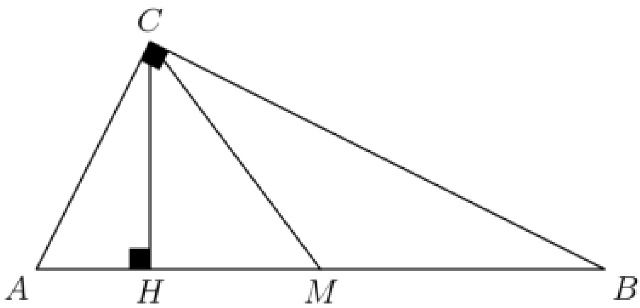
Conclusion : La mesure de l'angle KLM est de 77°.

Tâche 3 : Des jardins suspendus, aux ponts suspendus.

Un pont suspendu, comme le montre la figure ci-contre, est un ouvrage souvent métallique suspendu à l'aide de câbles flexibles dont l'une des extrémités est attachée à un poteau vertical et l'autre à un ou des blocs en béton coulés dans les berges.



Dans la figure ci-dessous, nous avons fait une représentation simplifiée d'une des structures de soutien d'un pont qui nécessite trois câbles de suspension conformément aux plans des ingénieurs qui l'ont conçu. Les câbles AC et BC sont fixés sur le tablier du pont (AB), respectivement à 2m et 8 m du pied H du poteau vertical CH.



Si le câble CM est fixé sur le tablier de sorte qu'il coïncide avec la médiane du triangle ABC, quelle est alors sa longueur sachant qu'il reste toujours tendu ?

Trouver la mesure du poteau CH.
Les points A, H, M et B sont alignés, alors

$$m\overline{AB} = m\overline{AH} + m\overline{BH} = 2 + 8 = 10 \text{ m}$$

Comme M est le point milieu de AB, alors

$$m\overline{AM} = \frac{m\overline{AB}}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ m}$$

De plus,

$$m\overline{HM} = m\overline{BH} - m\overline{BM} = 5 - 2 = 3 \text{ m}$$

La mesure de CH peut maintenant être trouvée en utilisant le théorème de la hauteur dans le triangle rectangle ABC :

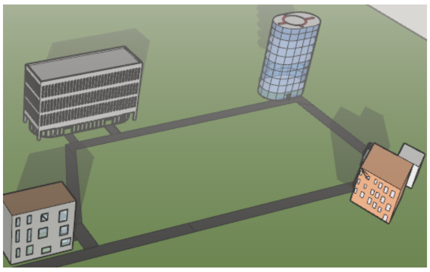
$$\begin{aligned} m\overline{CH}^2 &= m\overline{AH} \times m\overline{BH} \\ m\overline{CH} &= \sqrt{2 \times 8} \\ &= 4 \text{ m} \end{aligned}$$

Calculer la mesure du câble CM.
Appliquons la relation de Pythagore dans le triangle rectangle CHM.

$$\begin{aligned} m\overline{CM} &= \sqrt{m\overline{CH}^2 + m\overline{HM}^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 3^2} \\ &= 5 \text{ m} \end{aligned}$$

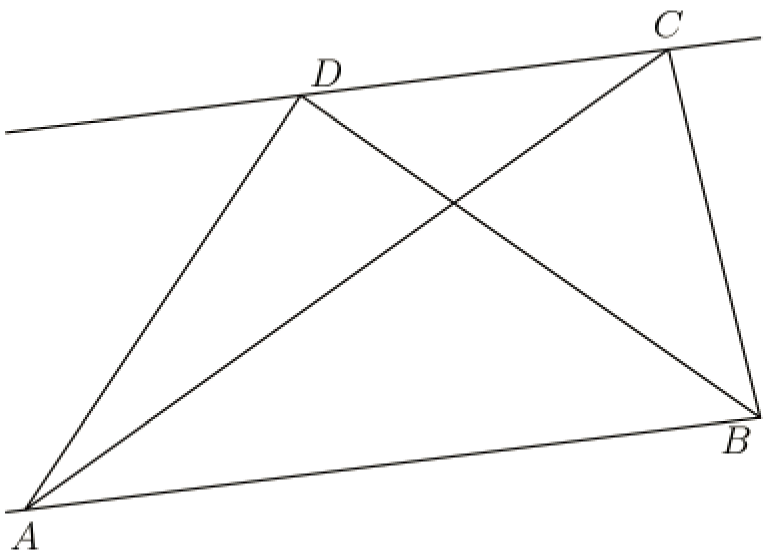
Conclusion : la mesure du câble CM est de 5 m.

Tâche 4 : La distance entre deux bâtiments.



De nos jours, les campus universitaires sont conçus de manière à favoriser une dynamique d'interactions sociales entre tous ses occupants. Dans un même espace, on peut trouver à la fois les pavillons de résidences des étudiants ainsi que les bâtiments qui accueillent les cours. L'implantation de ces structures est souvent réalisée en intégration directe avec le paysage, ces dernières sont ensuite reliées par un maillage de routes et de sentiers permettant aux usagers du site de ne pas s'enfermer dans leur lieu d'activité mais d'entrer en contact avec les autres disciplines.

Afin de rendre l'accès facile aux bâtiments A, B, C et D d'un campus universitaire, des allées asphaltées sont aménagées tel que montré sur la figure ci-dessous. Le chemin reliant les bâtiments A et B et celui reliant C et D sont parallèles. Le bâtiments B se trouve à 16 m du bâtiment C. La forme du terrain oblige la construction des allées AC et BC qui forment un angle de 51°, tandis qu'une allée qui doit relier directement les bâtiments B et D, exigée récemment par le collectif étudiant, est prévue pour bientôt. Elle formera un angle de 53°. avec le chemin AB.



Si la distance entre les bâtiments A et C est de 24 m, alors, quelle est, au dixième de mètre près, la longueur du chemin reliant les bâtiments A et D ?

Les triangles ABC et ABD ont la même base : le segment AB. Ils ont aussi des hauteurs isométriques car leurs sommets respectifs C et D sont situés sur une droite parallèle à leur base commune : ces deux triangles sont alors équivalents, ayant donc la même aire.

Les trois informations suivantes déterminent complètement le triangle ABC. Il est donc possible de le résoudre entièrement.

$$\begin{aligned} m\overline{BC} &= 16 \text{ m} \\ m\overline{AC} &= 24 \text{ m} \\ m\angle ACB &= 51^\circ \end{aligned}$$

Calculons l'aire du triangle ABC, car c'est le lien avec le triangle ABD.

$$\begin{aligned} A_{\Delta ABC} &= \frac{m\overline{AC} \times m\overline{BC} \sin\left(m\angle ACB\right)}{2} \\ &= \frac{24 \times 16 \times \sin\left(51\right)}{2} \\ &\approx 149,21 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Calculons maintenant la mesure du segment AB, la base commune des deux triangles en question, par la loi des cosinus :

$$\begin{aligned} m\overline{AB}^2 &= m\overline{AC}^2 + m\overline{BC}^2 - 2 \times m\overline{AC} \times m\overline{BC} \times \cos(m\angle ACB) \\ &= 24^2 + 16^2 - 2 \times 24 \times 16 \times \cos(51) \\ m\overline{AB} &= \sqrt{24^2 + 16^2 - 2 \times 24 \times 16 \times \cos(51)} \\ &= 18,673 \text{ m} \end{aligned}$$

Calculons la mesure du côté BD.

$$\begin{aligned} A_{\Delta ABD} &= \frac{m\overline{AB} \times m\overline{BD} \sin m(\angle ABD)}{2} \\ A_{\Delta ABC} &= A_{\Delta ABD} \\ 149,21 &= \frac{18,67 \times m\overline{BD} \times \sin\left(53\right)}{2} \\ m\overline{BD} &\approx 20 \text{ m} \end{aligned}$$

Calculons enfin la longueur du chemin entre les bâtiments A et D.

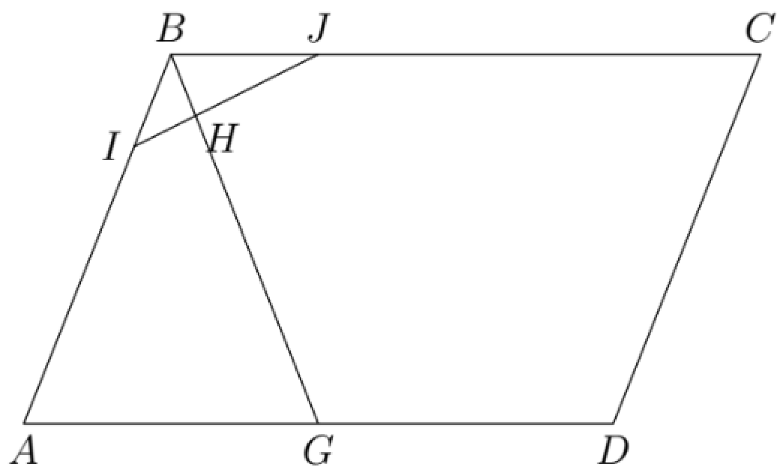
Nous pouvons également utiliser la loi des cosinus.

$$\begin{aligned} m\overline{AD}^2 &= m\overline{BD}^2 + m\overline{AB}^2 - 2 \times m\overline{BD} \times m\overline{AB} \times \cos(m\angle ABD) \\ &= 20^2 + 18,67^2 - 2 \times 20 \times 18,67 \times \cos(53) \\ m\overline{AD} &\approx 17,3 \text{ m} \end{aligned}$$

Conclusion : la distance entre les bâtiments A et D est de $17,3$ m

Tâche 5 : Une démonstration de force !

Soit $ABCD$ le quadrilatère représenté sur la figure ci-dessous. Les points I et J sont situés respectivement au quart des segments AB et BC à partir du point B. Le point H est à l'intersection des segments IJ et BG, G étant le milieu du segment AD.

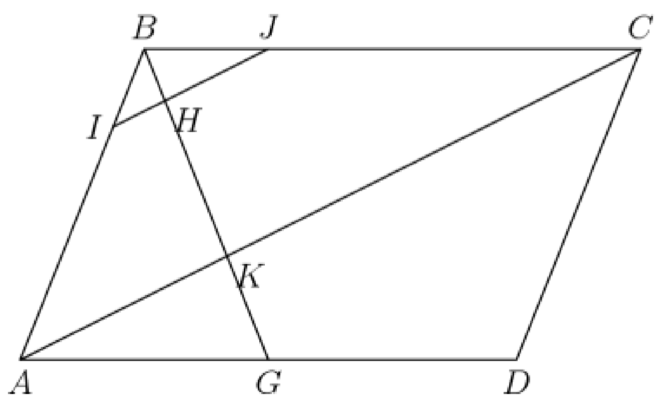


Montre que si $ABCD$ est un parallélogramme, alors

$$\frac{m\overline{HG}}{m\overline{BH}} = 5$$

Hint : tracer la diagonale AC du quadrilatère.

Montrons que les triangles BIJ et ABC sont semblables.
On trace la diagonale AC et on note par K son point d'intersection avec le segment BG.



Affirmations	**Justifications**
$\angle IBJ \cong \angle ABC$	Tout angle est congru à lui-même.
$\frac{m\overline{AB}}{m\overline{BI}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{BJ}} = 4$	Par hypothèse, les points I et J sont situés respectivement au quart des segments AB et BC.
$\Delta BIJ \sim \Delta ABC$	Deux triangles ayant un angle congru compris entre deux côtés homologues de mesures proportionnelles sont semblables. (Condition minimale de similitude C-A-C)

Comme les mesures de segments homologues de triangles semblables sont proportionnelles, on déduit que

$$m\overline{BK} = 4 \times m\overline{BH}$$

Montrons que les triangles BHJ et AKG sont semblables.

En vertu de la réciproque du théorème des parallèles coupées par une sécantes

«Si deux angles correspondants déterminés par deux droites coupées par une sécantes sont congrus, alors ces deux droites sont parallèles»

Les angles au sommet J et C sont des angles correspondants isométriques, car ce sont des angles homologues de triangles semblables, alors les segments IJ et AC sont parallèles.

Affirmations	**Justifications**
$\angle BJH \cong \angle BCA$	Deux angles correspondants formés par deux segments parallèles coupés par une sécantes sont congrus.(IJ et AC coupés par la sécante BC).
$\angle BCA \cong \angle GAK$	Des angles alternes-internes formés par deux segments parallèles coupés par une sécante sont congrus.(BC et AD coupés par la sécante AC.)
$\angle BJH \cong \angle GAK$	Par transitivité.
$\angle AKG \cong \angle BHJ$	Deux angles alternes-externes formés par deux segments parallèles coupés par une sécantes sont congrus.(IJ et AC coupés par la sécante BC).
$\Delta BJH \sim \Delta AGK$	Des triangles deux angles homologues congrus sont semblables (Condition minimale de similitude A-A)

Selon l'énoncé, $m\overline{AG} = 2 \times m\overline{BJ}$. De plus, comme les mesures de côtés homologues de deux triangles semblables sont proportionnelles, alors

$$\frac{m\overline{AG}}{m\overline{BJ}} = \frac{m\overline{KG}}{m\overline{BH}} = 2$$

De là, on déduit que

$$m\overline{KG} = 2 \times m\overline{BH}$$

Rapport entre les mesures des segments HK et BH.

$$\begin{aligned} m\overline{HK} &= m\overline{BK} - m\overline{BH} \\ &= 4 \times m\overline{BK} - m\overline{BK} \\ &= 3 \times m\overline{BK} \end{aligned}$$

Or,

$$m\overline{HG} = m\overline{HK} + \overline{KG}$$

Alors,

$$\begin{aligned} m\overline{HG} &= 3 \times m\overline{BH} + 2 \times \overline{BH} \\ &= 5 \times m\overline{BH} \end{aligned}$$

Enfin,

$$\frac{m\overline{HG}}{m\overline{BH}} = 5.$$

Conclusion :

$$\frac{m\overline{HG}}{m\overline{BH}} = 5$$