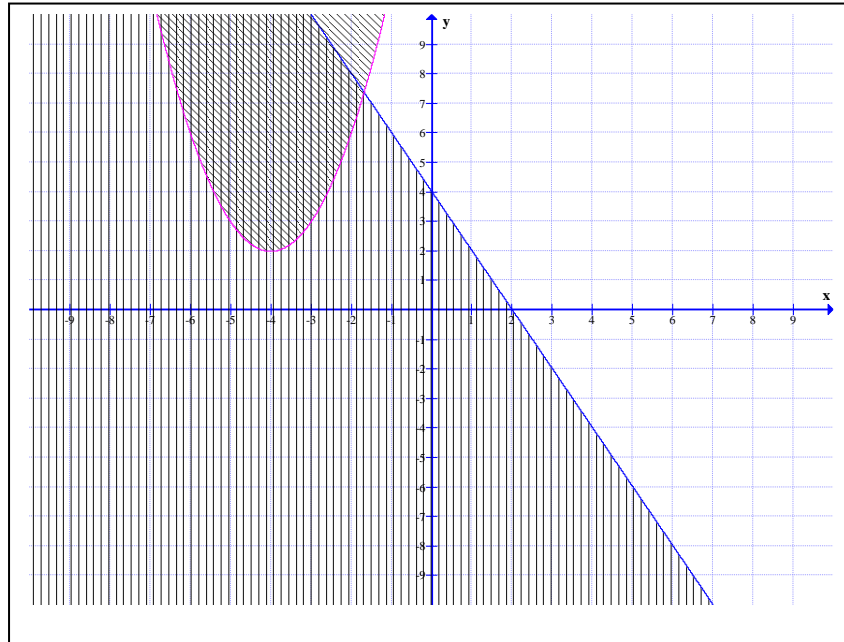


# La recherche de la règle

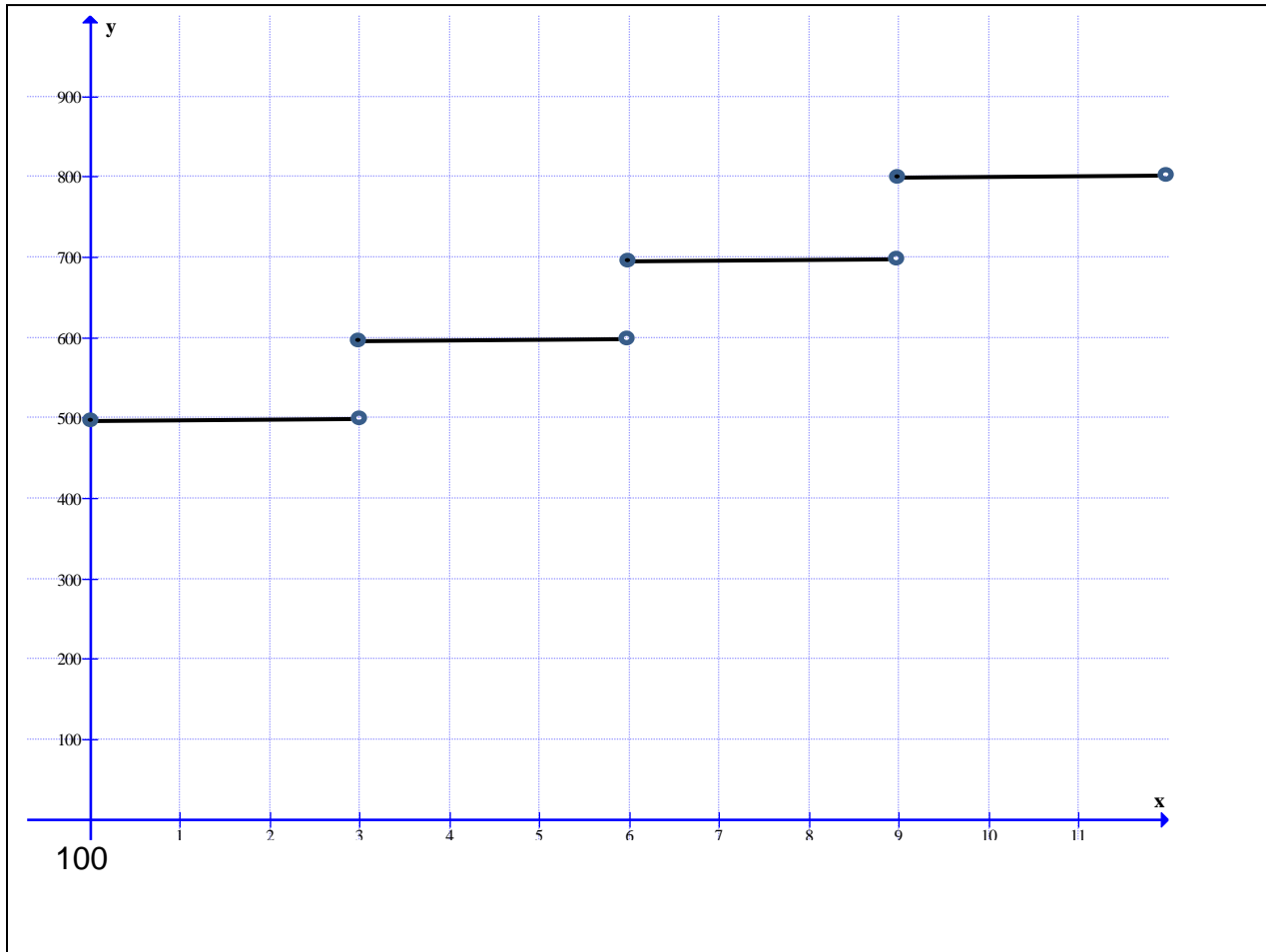
Modélisation algébrique et graphique  
en contexte fondamental I



Formation générale des adultes


# Fonction Partie Entière

## Exemple 1



Début :  $(100,500) = (h,k)$ , le point choisi doit être fermé.

a et b sont de mêmes signes car la fonction est croissante

b est positif car  intervalle fermé, ouvert

a est positif, la distance verticale entre les segments est de 100 donc  $a = 100$ .

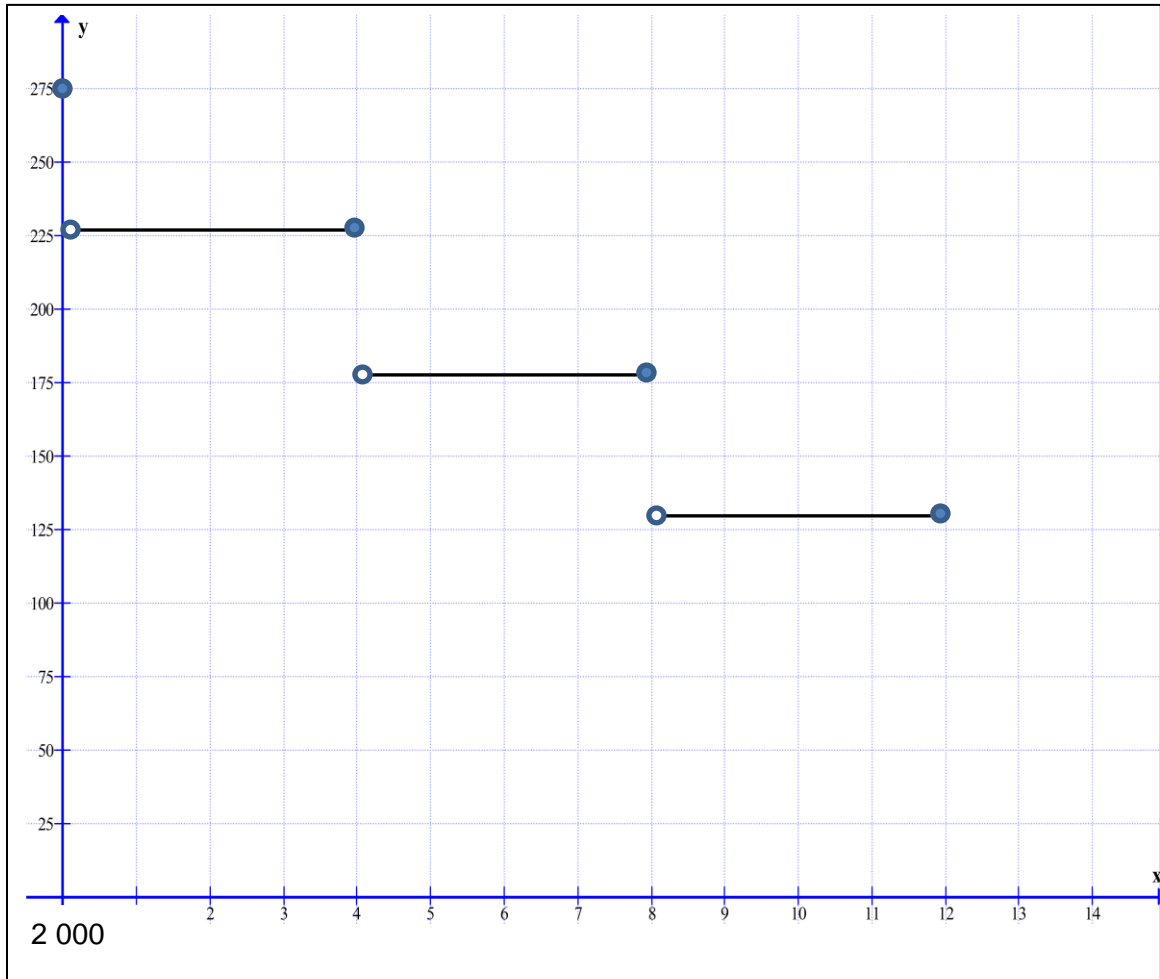
Longueur = 3 donc  $b = \frac{1}{3}$

$$T(x) = a [b (x - h)] + k$$

**Donc la règle est**  $T(x) = 100 \left[ \frac{1}{3} (x - 100) \right] + 500$


## Fonction Partie Entière

### Exemple 2



Début :  $(2\ 000, 275) = (h, k)$ , le point choisi doit être fermé.

a et b sont de signes contraires car la fonction est décroissante.

b est négatif car  intervalle ouvert, fermé

a est positif, la distance verticale entre les segments est de 50 donc  $a = 50$ .

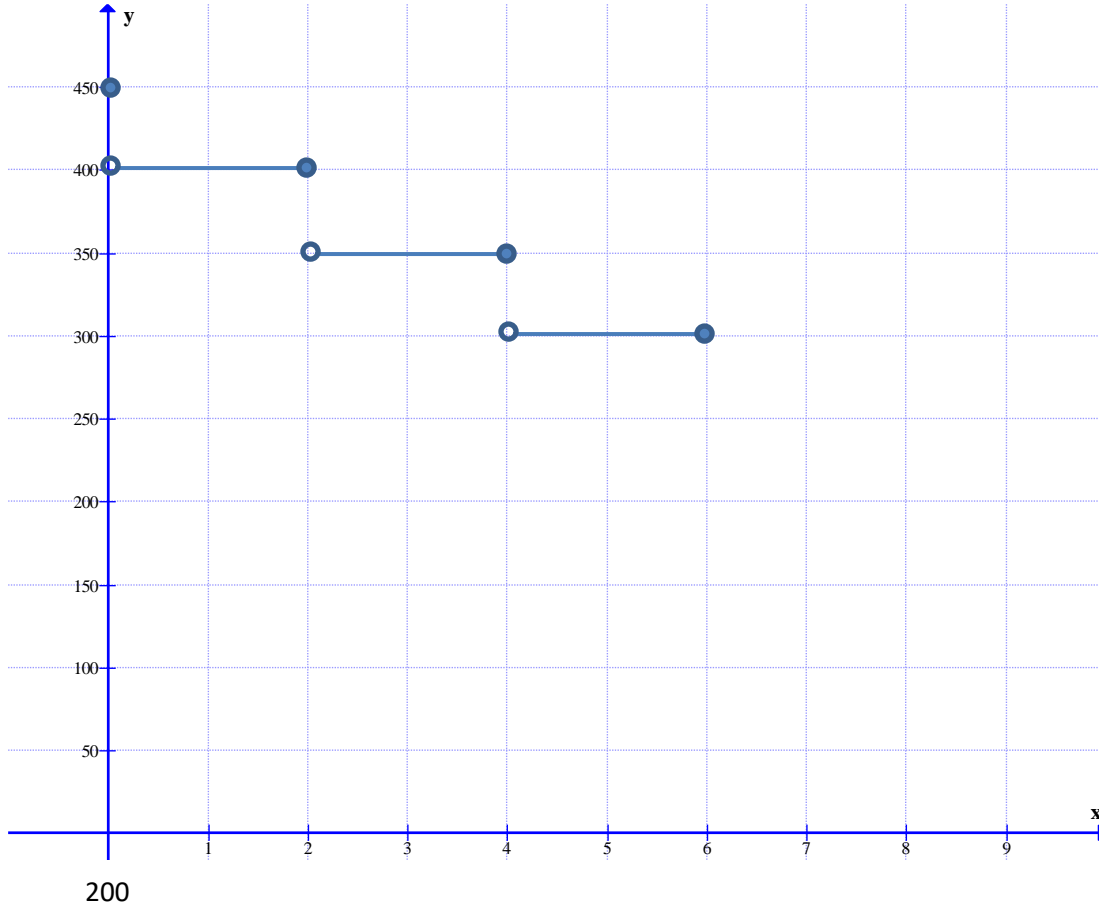
Longueur = 4, longueur =  $\frac{1}{|b|}$ ,  $4 = \frac{1}{|b|}$  donc  $b = -\frac{1}{4}$

$$f(x) = a [b (x - h)] + k$$

**Donc la règle est :**  $f(x) = 50 \left[-\frac{1}{4} (x - 2\ 000)\right] + 275$

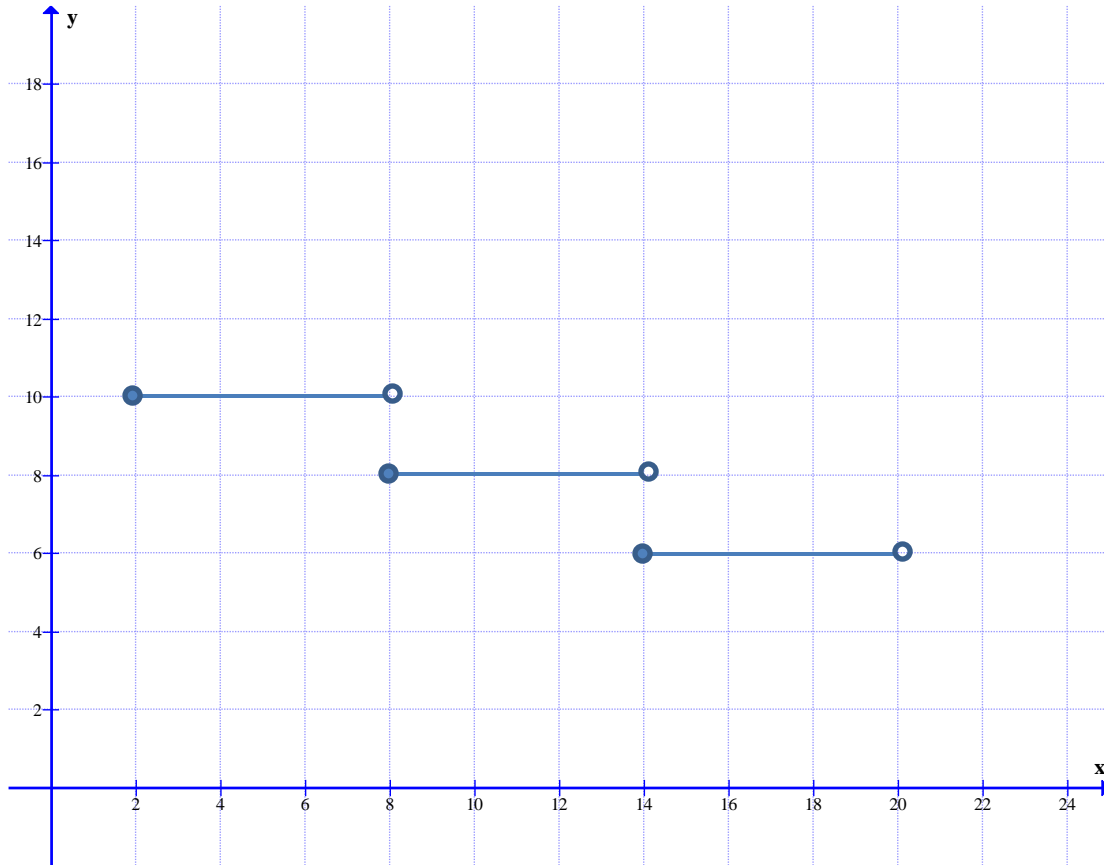
## Fonction Partie Entière

- 1) Déterminez la règle correspondant à la fonction représentée par le graphique ci-dessous.



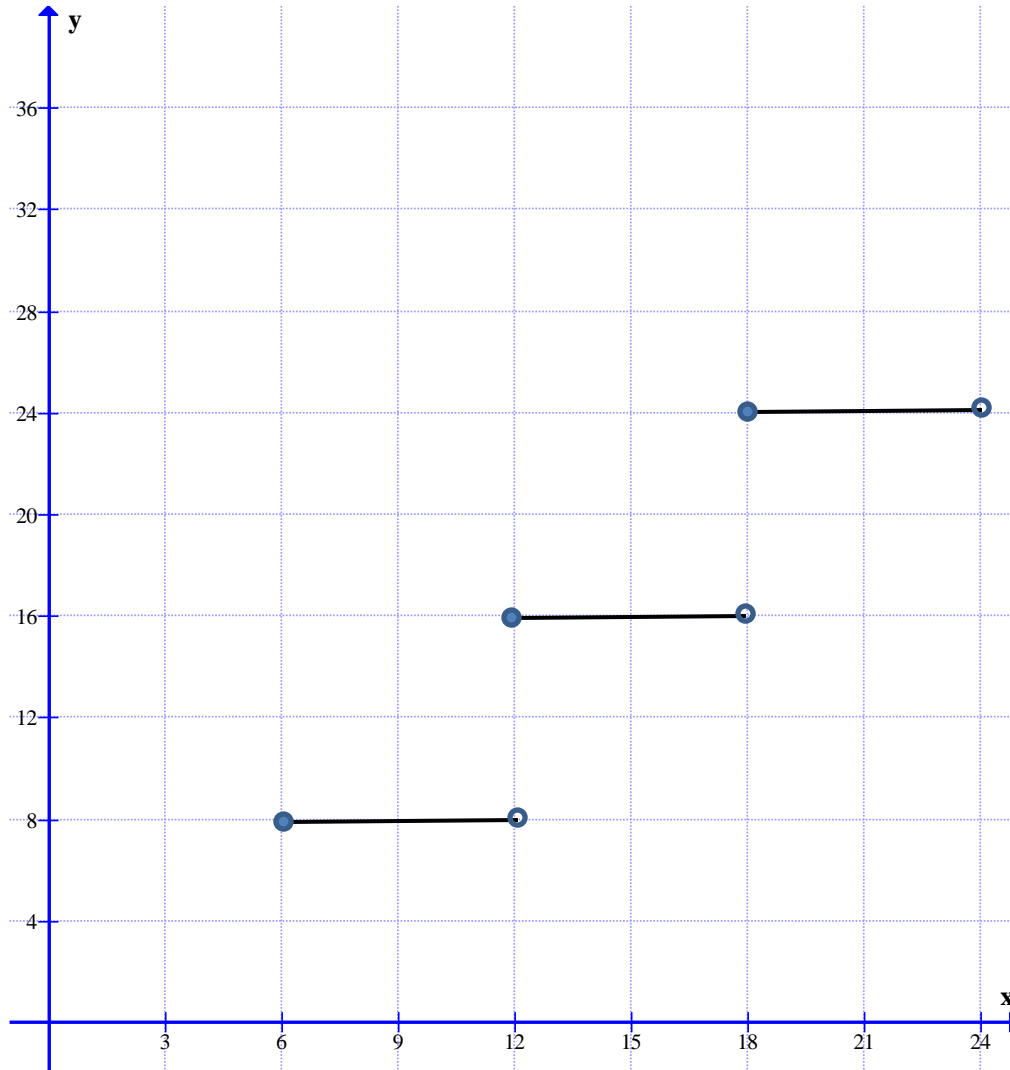
## Fonction Partie Entière

- 2) Déterminez la règle correspondant à la fonction représentée par le graphique ci-dessous.



## Fonction Partie Entière

- 3) Déterminez la règle correspondant à la fonction représentée par le graphique ci-dessous.



## Fonction affine et fonction du second degré

### Exemple 1

x	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>
0	100	100
5	150	200
10	200	500
15	250	1000
20	300	1700
25	350	2600
30	400	3700
35	450	5000

La recherche de la règle : pour f<sub>1</sub>

La différence entre deux données consécutives est constante. Il s'agit donc d'une fonction affine, l'ordonnée à l'origine est de 100 donc b = 100

Avec deux points, par exemple, (5,150) et (10, 200), on calcule le taux de variation :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{200 - 150}{10 - 5} = 10$$

La règle de la fonction f<sub>1</sub> est de la forme f(x) = ax + b

**La règle de la fonction f<sub>1</sub> est donc : f<sub>1</sub>(x) = 10x + 100.**

### Fonction du second degré

x	f <sub>2</sub>	1 <sup>ère</sup> différence	2 <sup>e</sup> différence
0	100		
5	200	100	
10	500	300	200
15	1 000	500	200
20	1 700	700	200
25	2 600	900	200
30	3 700	1 100	200
35	5 000	1 300	200

Comme les deuxièmes différences sont constantes alors le type de fonction qui représente cette situation est du second degré :

Le minimum de cette fonction est 100 quand  $x = 0$  donc  $(h,k) = (0,100)$

La règle de la fonction  $f_2$  est de la forme :

$$f_2(x) = a(x-h)^2 + k$$

comme  $(h,k)$  est  $(0,100)$  alors

$$f_2(x) = ax^2 + 100$$

Pour obtenir la valeur de  $a$  on substitue les coordonnées d'un point,  $(10,500)$ , dans la règle :

$$f_2(x) = ax^2 + 100$$

$$500 = a10^2 + 100$$

$$500 - 100 = a100$$

$$a = 4$$

**La règle de la fonction  $f_2$  est :  $f_2(x) = 4x^2 + 100$**



## Fonction du second degré

- 1) Déterminez la règle de la fonction décrite par la table des valeurs suivante.

**Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.**

<b>x</b>	<b>g(x)</b>		
<b>0</b>	<b>10</b>		
<b>1</b>	<b>12</b>		
<b>2</b>	<b>18</b>		
<b>3</b>	<b>28</b>		
<b>4</b>	<b>42</b>		
<b>5</b>	<b>60</b>		

## Fonction du second degré

### Exemple 2

x	g(x)	1 <sup>ère</sup> différence	2 <sup>e</sup> différence
2	6		
4	14	8	
6	38	24	16
8	78	40	16
10	134	56	16
12	206	72	16

Comme les deuxièmes différences sont constantes alors le type de fonction qui représente cette situation est du second degré :

Le minimum de cette fonction est 6 quand  $x = 2$  donc  $(h,k) = (2,6)$

Donc la forme de la fonction est la suivante :

$$g(x) = a(x-h)^2 + k$$

comme  $(h,k)$  est  $(2,6)$  alors

$$g(x) = a(x-2)^2 + 6$$

Pour obtenir la valeur de  $a$  on substitue les coordonnées d'un point,  $(4,14)$ , dans la règle :

$$14 = a(4-2)^2 + 6$$

$$14 = 4a + 6$$

$$14 - 6 = 4a$$

$$a = 2$$

**La règle de la fonction  $g(x)$  est :  $g(x) = 2(x-2)^2 + 6$ .**

## Fonction du second degré

- 2) Déterminez la règle de la fonction décrite par la table des valeurs suivante.

**Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.**

<b>x</b>	<b>h(x)</b>		
<b>1</b>	<b>2</b>		
<b>2</b>	<b>6</b>		
<b>3</b>	<b>18</b>		
<b>4</b>	<b>38</b>		
<b>5</b>	<b>66</b>		
<b>6</b>	<b>102</b>		

## Fonction du second degré

### Exemple 3

x	h(x)	1 <sup>ère</sup> différence	2 <sup>e</sup> différence
0	4		
2	0	-4	4
4	0	0	4
6	4	4	4
8	12	8	4
10	24	12	4

Comme les deuxièmes différences sont constantes alors le type de fonction qui représente cette situation est du second degré :

Les zéros de cette fonction sont 2 et 4 donc  $x_1 = 2$  et  $x_2 = 4$

Donc la forme de la fonction est la suivante :

$$h(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

comme  $x_1 = 2$  et  $x_2 = 4$  alors

$$h(x) = a(x - 2)(x - 4)$$

Pour obtenir la valeur de a on substitue les coordonnées d'un point, (6,4), dans la règle :

$$4 = a(6 - 2)(6 - 4)$$

$$4 = a(4)(2)$$

$$4 = 8a$$

$$a = \frac{1}{2}$$

La règle de la fonction h(x) est :  $h(x) = \frac{1}{2}(x - 2)(x - 4)$

$$h(x) = \frac{1}{2}(x - 2)(x - 4) = \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 8) \quad \text{ou} \quad h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$$

## Fonction du second degré

- 3) Déterminez la règle de la fonction décrite par la table des valeurs suivante.

**Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.**

<b>x</b>	<b>f(x)</b>		
<b>0</b>	<b>6</b>		
<b>1</b>	<b>0</b>		
<b>2</b>	<b>-2</b>		
<b>3</b>	<b>0</b>		
<b>4</b>	<b>6</b>		
<b>5</b>	<b>16</b>		

## Fonction du second degré

### Exemple 4

x	l(x)	1 <sup>ère</sup> différence	2 <sup>e</sup> différence
0	0		
2	600	600	
4	2 400	1 800	1 200
6	5 400	3 000	1 200
8	9 600	4 200	1 200
10	15 000	5 400	1 200

Comme les deuxièmes différences sont constantes alors le type de fonction qui représente cette situation est du second degré :

Le minimum de cette fonction est 0 quand  $x = 0$ .

Donc la forme de la fonction est la suivante :

$$l(x) = ax^2$$

Pour obtenir la valeur de a on substitue les coordonnées d'un point, (2,600), dans la règle :

$$600 = a4$$

$$600 = 4a$$

$$150 = a$$

$$a = 150$$

La règle de la fonction l(x) est  $l(x) = 150x^2$ .

## Fonction du second degré

- 4) Déterminez la règle de la fonction décrite par la table des valeurs suivante.

**Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.**

<b>x</b>	<b>k(x)</b>		
<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>3</b>	<b>36</b>		
<b>6</b>	<b>144</b>		
<b>9</b>	<b>324</b>		
<b>12</b>	<b>576</b>		
<b>15</b>	<b>900</b>		

## Fonction du second degré

- 5) Déterminez la règle de la fonction décrite par la table des valeurs suivante.

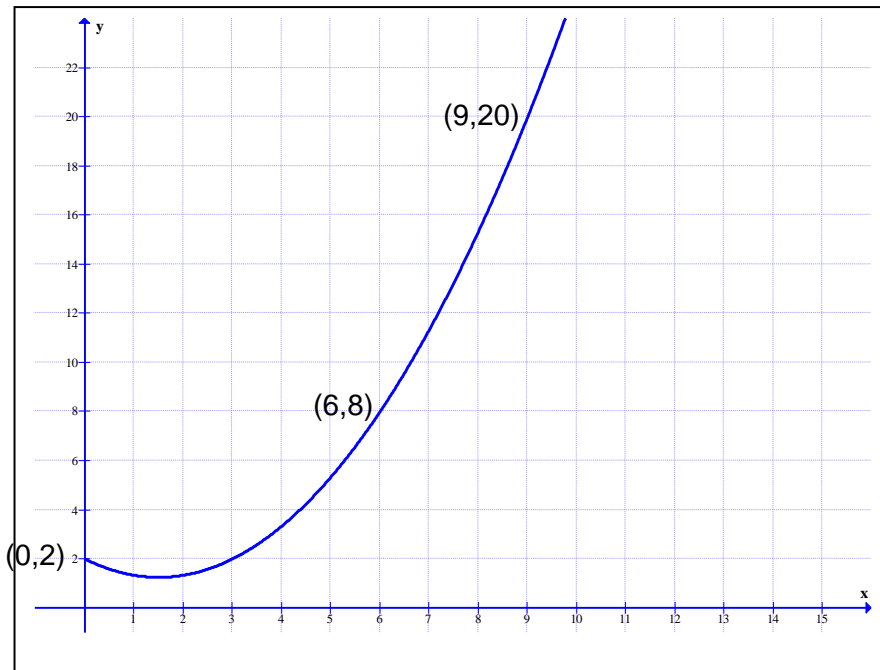
**Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.**

<b>x</b>	<b>v(x)</b>		
<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>1</b>	<b>-2</b>		
<b>2</b>	<b>-8</b>		
<b>3</b>	<b>-18</b>		
<b>4</b>	<b>-32</b>		
<b>5</b>	<b>-50</b>		



## Fonction du second degré

### Exemple 4



À partir des points du graphique ci-dessus, nous allons déterminer la règle de la fonction du second degré décrite par le graphique.

Nous avons le point (0,2). Donc  $c = 2$  et  $f(x) = ax^2 + bx + 2$

Ainsi que les points (6,8) et (9,20). Ces points déterminent le système d'équations suivant :

$$\begin{array}{ll} 1) & 8 = a(6)^2 + b(6) + 2 & 8 = 36a + 6b + 2 \\ 2) & 20 = a(9)^2 + b(9) + 2 & 20 = 81a + 9b + 2 \end{array}$$

On obtient :

$$\begin{array}{lll} 1) & (8 = 36a + 6b) \div 6 & (8 = 36a + 6b) \div 6 & -1 = -6a - b \\ 2) & (20 = 81a + 9b) \div 9 & 2 = 9a + b & \underline{2 = 9a + b}^+ \end{array}$$

$$1 = 3a \quad a = \frac{1}{3}$$

Après résolution,  $a = \frac{1}{3}$  et  $b = -1$   $2 = 9 \times \frac{1}{3} + b$

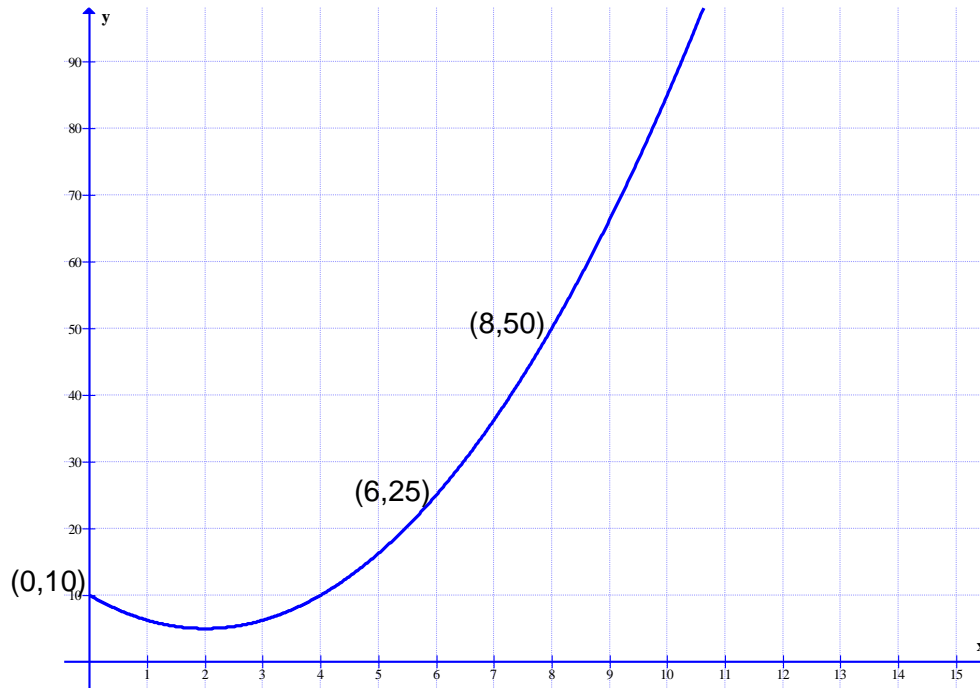
$$2 = 3 + b \quad b = -1$$

La règle est donc :  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 1x + 2$

## Fonction du second degré

- 6) À partir des points du graphique ci-dessous, déterminez la règle de la fonction du second degré décrite par le graphique.

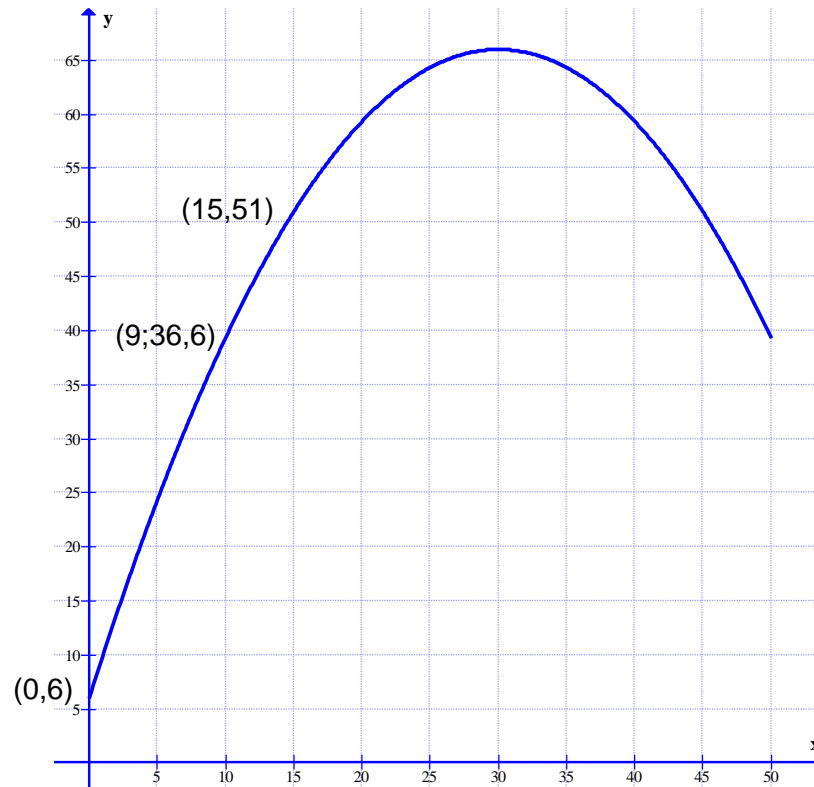
**Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.**



## Fonction du second degré

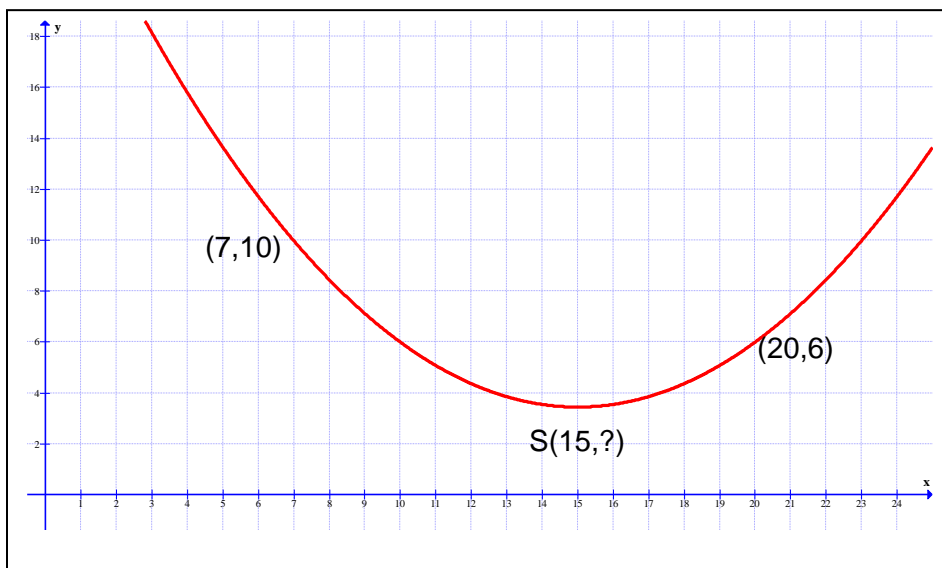
- 7) À partir des points du graphique ci-dessous, déterminez la règle de la fonction du second degré décrite par le graphique.

**Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.**



## Fonction du second degré

### Exemple 5



À partir des points du graphique ci-dessus, nous allons déterminer la règle de la fonction du second degré décrite par le graphique.

Nous avons le sommet  $(15, ?)$ . Donc nous connaissons le  $h$ .

Donc  $h = 15$  et  $L(x) = a(x - 15)^2 + k$

Ainsi que les points  $(7, 10)$  et  $(20, 6)$ . Ces points déterminent le système d'équations suivant :

$$\begin{array}{ll} 1) & 10 = a(7 - 15)^2 + k & (10 = 64a + k) \times -1 \\ 2) & 6 = a(20 - 15)^2 + k & 6 = 25a + k \end{array}$$

Nous obtenons :

$$\begin{array}{llll} 1) & -10 = -64a - k & 6 = 25 \times \frac{4}{39} + k & \\ 2) & \underline{6 = 25a + k} & 6 = 2,56 + k & 6 - 2,56 = k \quad \mathbf{3,44 = k} \\ & -4 = -39a & \mathbf{a = \frac{4}{39}} & \end{array}$$

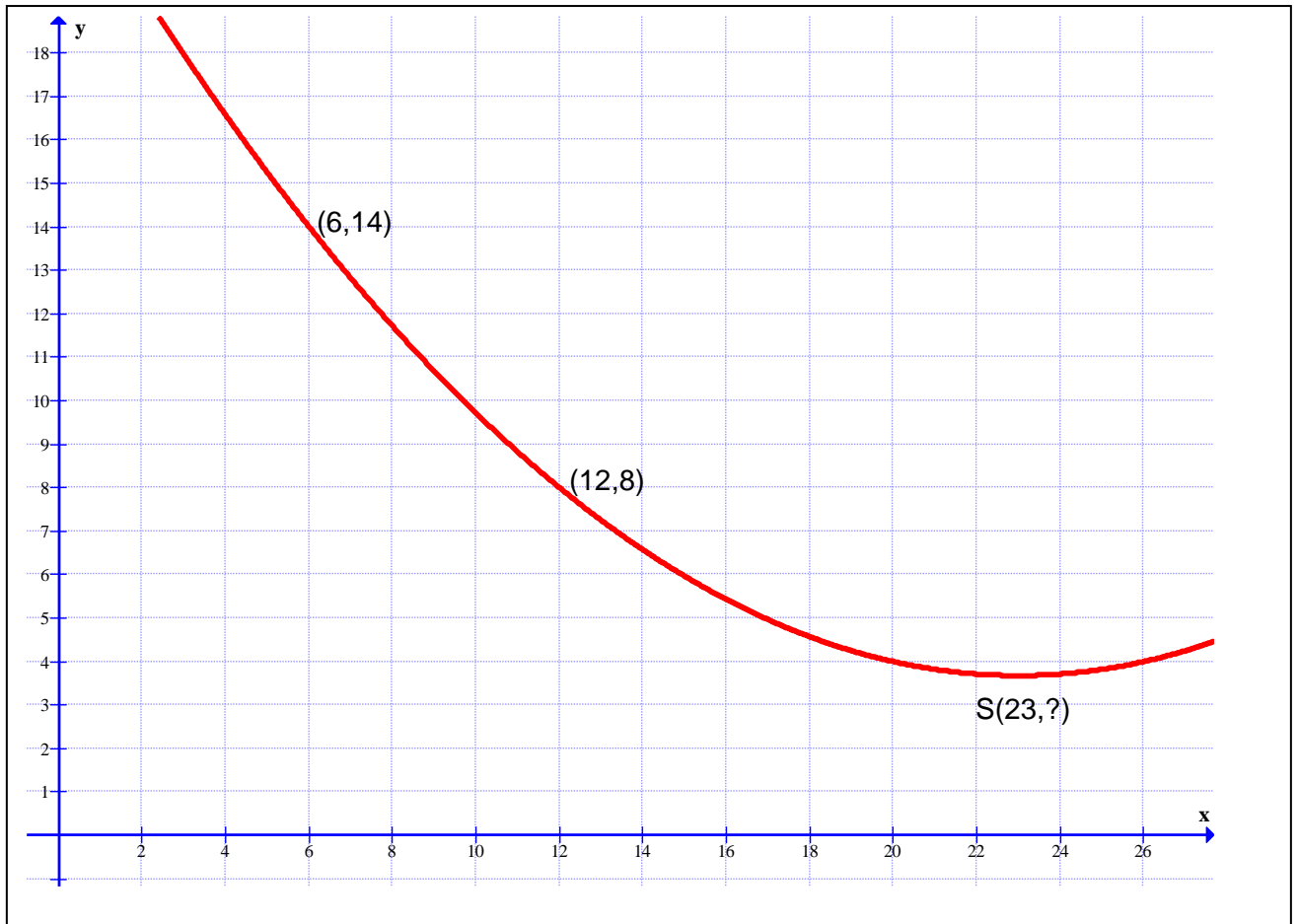
Après résolution,  $a = \frac{4}{39}$  et  $k = 3,44$

La règle est donc :  $f(x) = \frac{4}{39}(x - 15)^2 + 3,44$

## Fonction du second degré

- 8) À partir des points du graphique ci-dessous, déterminez la règle de la fonction du second degré décrite par le graphique.

**Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.**



## Fonction du second degré

- 9) À partir des points du graphique ci-dessous, déterminez la règle de la fonction du second degré décrite par le graphique.

**Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.**

