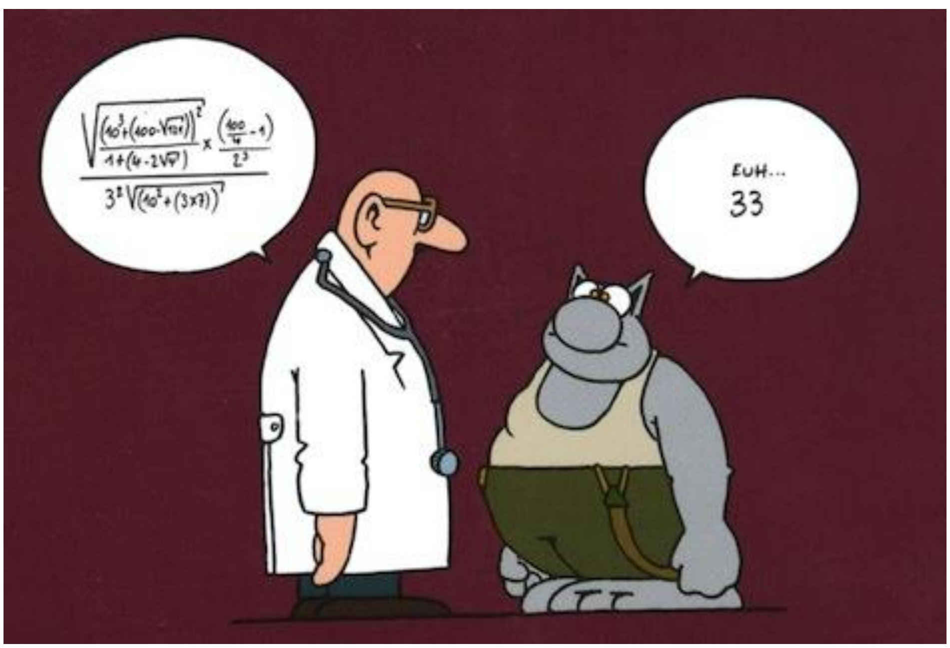
CENTRE D'ÉDUCATION DES ADULTES
JEANNE-SAUVÉ

Mat-4151

Recherche de la règle

Modélisation algébrique et graphique en contexte général



Formation générale des adultes

Conçu par Daniel Taillon
révisé par Ionela Ionescu-Mocanul

16 février 2023

La fonction affine :

Comment reconnaître une fonction affine ?

Si la **différence des valeurs** de la fonction, les valeurs de y, est toujours la même alors la fonction est une fonction affine.

Exemple :

x	f(x)
2	13
4	21
6	29
8	37
10	45
12	53

21 – 13 = **8**

29 – 21 = **8**

37 – 29 = **8**

45 – 37 = **8**

53 – 45 = **8**

Calcul du a :

$(2,13) = (x_1,y_1)$ et $(4,21) = (x_2,y_2)$

$$\mathbf{a} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{21-13}{4-2} = \frac{8}{2} = \mathbf{4} \qquad \mathbf{a = 4}$$

Calcul du b

On utilise la formule suivante : f(x) = ax + b

a = 4 et (12,53) = (x,y)

53 = 4 ▪ 12 + b

53 – 48 = b

5 = b

La règle est donc : f(x)= 4x + 5.

Conçu par Daniel Taillon
révisé par Ionela Ionescu-Mocanul

La fonction exponentielle :

Comment reconnaître une fonction exponentielle ?

Si la **division des valeurs** de la fonction, les valeurs de y, est toujours la même alors la fonction est une fonction exponentielle.

Exemple :

x	**m(x)**
2	70
4	210
6	630
8	1 890
10	5 670
12	17 010

210 ÷ 70 = **3**

630 ÷ 210 = **3**

1 890 ÷ 630 = **3**

5 670 ÷ 1 890 = **3**

17 010 ÷ 5 670 = **3**

Calcul du b :

La forme de la fonction est donc : $m(x) = ab^x$

Pour obtenir la valeur de b, on substitue les coordonnées de deux points dans la règle :

Par exemple : (2,70) et (4, 210) : $\dfrac{210 = a \bullet b^4}{70 = a \bullet b^2}$

$\sqrt{3} = b^2$

$1{,}732 = b$

Calcul du a :

On calcule ensuite la valeur de a en substituant les coordonnées d'un point dans la règle :

Avec le point (6, 630) et b= 1,732

$$630 = a\ 1{,}732^6$$

$$630 = 27\ a$$

$$23{,}33 = a$$

La règle est donc $m(x) = 23{,}33\ (1{,}732^x)$

La règle de la fonction m(x) est $m(x) = 23{,}33 \cdot 1{,}732^x$.

La fonction du second degré (fonction quadratique) :

Comment reconnaître une fonction du second degré ?

Si la **deuxième différence des valeurs** de la fonction, les valeurs de y, est toujours la même alors la fonction est une fonction du deuxième degré.

Exemple :

x	g(x)
1	3
2	12
3	27
4	48
5	75

1ère différence :	**2e différence**
12 – 3 = 9	15 – 9 = **6**
27 – 12 = 15	21 – 15 = **6**
48 – 27 = 21	27 – 21 = **6**
75 – 48 = 27	

Calcul du a :

La forme de la fonction est $g(x) = a\,x^2$

On substitue les coordonnées d'un point dans la règle :

Avec le point (4,48), on obtient :

$$48 = a\,4^2$$

$$48 = 16\,a$$

$$a = 3$$

La règle est donc : $g(x) = 3\,x^2$

Fonction affine

x	f(x)	Différence
5	**7**	**2**
6	**9**	**2**
7	**11**	**2**
8	**13**	**2**
9	**15**	**2**

Comme il y a une régularité, **la différence des valeurs est toujours la même**, c'est donc une **fonction affine**.

1ère étape : On calcule le taux de variation à l'aide de deux points. Choisissons (5,7) et (6,9)

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 7}{6 - 5} = 2$$

2e étape : On calcule l'ordonnée à l'origine à l'aide du taux de variation et d'un point, a = 2 et (9,15)

$$f(x) = a \cdot x + b$$
$$15 = 2 \cdot 9 + b$$
$$15 = 18 + b$$
$$-3 = b$$

3e étape : On détermine la règle de la fonction.

$$f(x) = 2x - 3$$

Conçu par Daniel Taillon
révisé par Ionela Ionescu-Mocanul

Fonction affine

1) Déterminez la règle de la fonction décrite par la table des valeurs suivante.

Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.

x	f(x)	Différence
3	-7	
5	-13	
7	-19	
9	-25	
11	-31	

Fonction affine

2) Déterminez la règle de la fonction décrite par la table des valeurs suivante.

   Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.

x	**f(x)**	**Différence**
3	**6**	
6	**8**	
9	**10**	
12	**12**	
15	**14**	

Fonction exponentielle

Exemple 1

x	**m(x)**	**Division des valeurs (b)**
2	**80**	
3	**160**	**2**
4	**320**	**2**
5	**640**	**2**
6	**1 280**	**2**
10	**2 560**	**2**

Comme la division des valeurs donne toujours 2 alors b = 2 et donc le type de fonction qui représente cette situation est exponentielle.

La forme de la fonction est donc : $m(x) = ab^x$ comme b =2 alors :

$$m(x) = a2^x.$$

Pour obtenir la valeur de a, on substitue les coordonnées d'un point (3,160) dans la règle :

$$160 = a2^3$$

$$160 = a8$$

$$160 = 8a$$

$$20 = a$$

La règle de la fonction m(x) est $m(x) = 20 \cdot 2^x$.

3) Déterminez la règle de la fonction décrite par la table des valeurs suivante.

Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.

x	T(x)	
2	90	
3	270	
4	810	
5	2 430	
6	7 290	

Fonction exponentielle

4) Déterminez la règle de la fonction décrite par la table des valeurs suivante.

Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.

x	R(x)	
1	-80	
2	-320	
3	-1 280	
4	-5 120	
5	-20 480	
6	-81 920	

Fonction exponentielle

Exemple 2

x	m(x)	Division des valeurs
2	**4,5**	**2,25**
4	**10,125**	**2,25**
6	**22,78**	**2,25**
8	**51,26**	**2,25**
10	**115,33**	**2,25**
12	**259,49**	

Comme la **division des valeurs donne toujours 2,25** donc le type de fonction qui représente cette situation est **exponentielle**.

Cependant, le 2,25 ne représente pas la base car les valeurs de x augmentent de 2 et non de 1.

La forme de la fonction est donc : $m(x) = ab^x$:

Pour obtenir la valeur de b, on substitue les coordonnées d'un point comme (2;4,5) dans la règle :

$$4{,}5 = a \cdot b^2$$

Pour obtenir la valeur de b, on substitue les coordonnées d'un autre point comme (4;10,125) dans la règle :

$$10{,}125 = a \cdot b^4$$

Puis on divise les deux expressions :

$$\frac{10{,}125 = a \bullet b^4}{4{,}5 = a \bullet b^2}$$

ce qui donne $2{,}25 = b^2$

Donc $1{,}5 = b$

Conçu par Daniel Taillon
révisé par Ionela Ionescu-Mocanul 16 février 2023

On calcule ensuite la valeur de a en substituant les coordonnées d'un point dans la règle :

Avec le point (2 ; 4,5) et b= 1,5

$$4{,}5 = a\ 1{,}5^2$$

$$4{,}5 = 2{,}25\ a$$

$$2 = a$$

La règle est donc $m(x) = 2\ (1{,}5^x)$

Fonction exponentielle

5) Déterminez la règle de la fonction décrite par la table des valeurs suivante.

Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.

x	g(x)	Division des valeurs
3	12	
6	96	
9	768	
12	6 144	
15	49 152	
18	393 216	

Fonction du second degré

Exemple

x	l(x)	1ère différence	2^{e} différence
0	**0**		
2	**600**	**600**	
4	**2 400**	**1 800**	**1 200**
6	**5 400**	**3 000**	**1 200**
8	**9 600**	**4 200**	**1 200**
10	**15 000**	**5 400**	**1 200**

Comme les **deuxièmes différences sont constantes** alors le type de fonction qui représente cette situation est **du second degré** :

Le minimum de cette fonction est 0 quand x = 0.

Donc la forme de la fonction est la suivante :

$$l(x) = ax^2$$

Pour obtenir la valeur de a on substitue les coordonnées d'un point, (2,600), dans la règle :

$$l(x) = ax^2$$

$$600 = a \cdot 2^2$$

$$600 = a \cdot 4$$

$$600 = 4a$$

$$150 = a$$

$$a = 150$$

La règle de la fonction l(x) est $l(x) = 150x^2$.

Fonction du second degré

6) Déterminez la règle de la fonction décrite par la table des valeurs suivante.

   Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.

x	k(x)		
0	0		
3	36		
6	144		
9	324		
12	576		
15	900		

Fonction du second degré

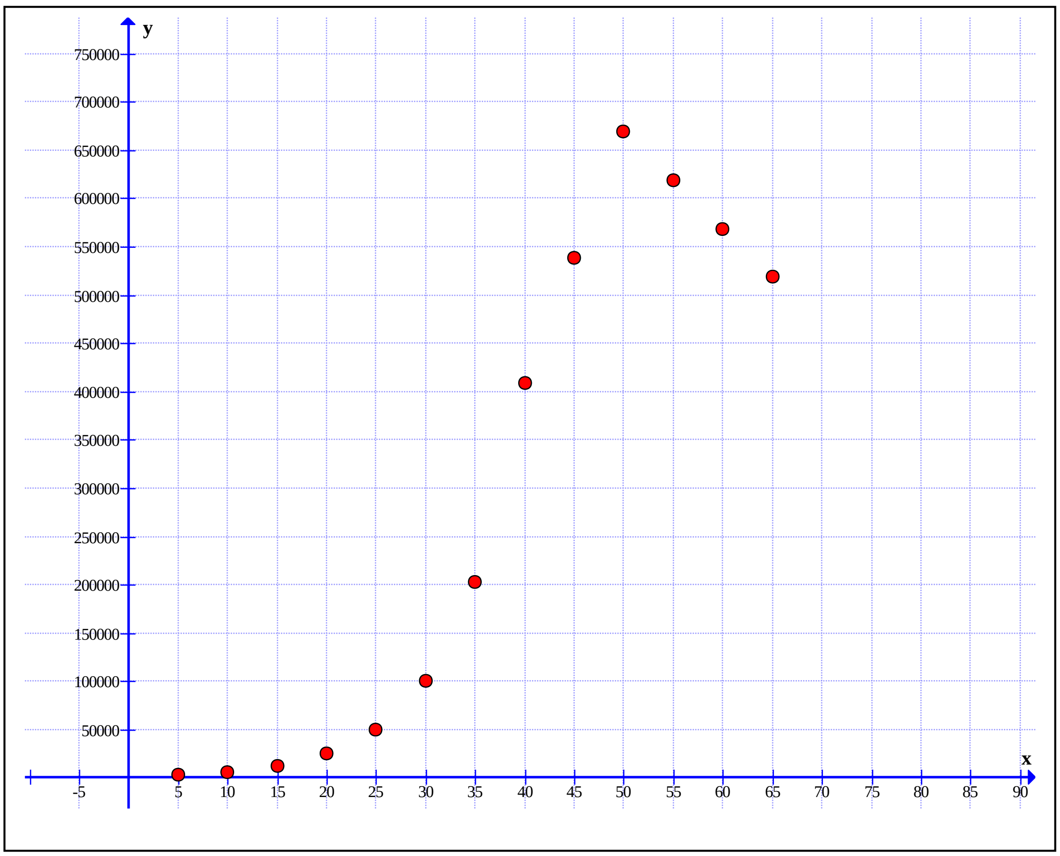
7) Déterminez la règle de la fonction décrite par la table des valeurs suivante.

Indiquez clairement toutes les étapes de votre démarche.

x	v(x)		
0	0		
1	-2		
2	-8		
3	-18		
4	-32		
5	-50		

8) **Créez un modèle algébrique pour représenter la situation décrite par le tableau et le graphique ci-dessous.**

Nombre de mois	**Revenus $**
5	3 065
10	6 165
15	12 400
20	24 942
25	50 168
30	100 906
35	202 959
40	408 224
45	538 224
50	668 224
55	618 224
60	568 224
65	518 224

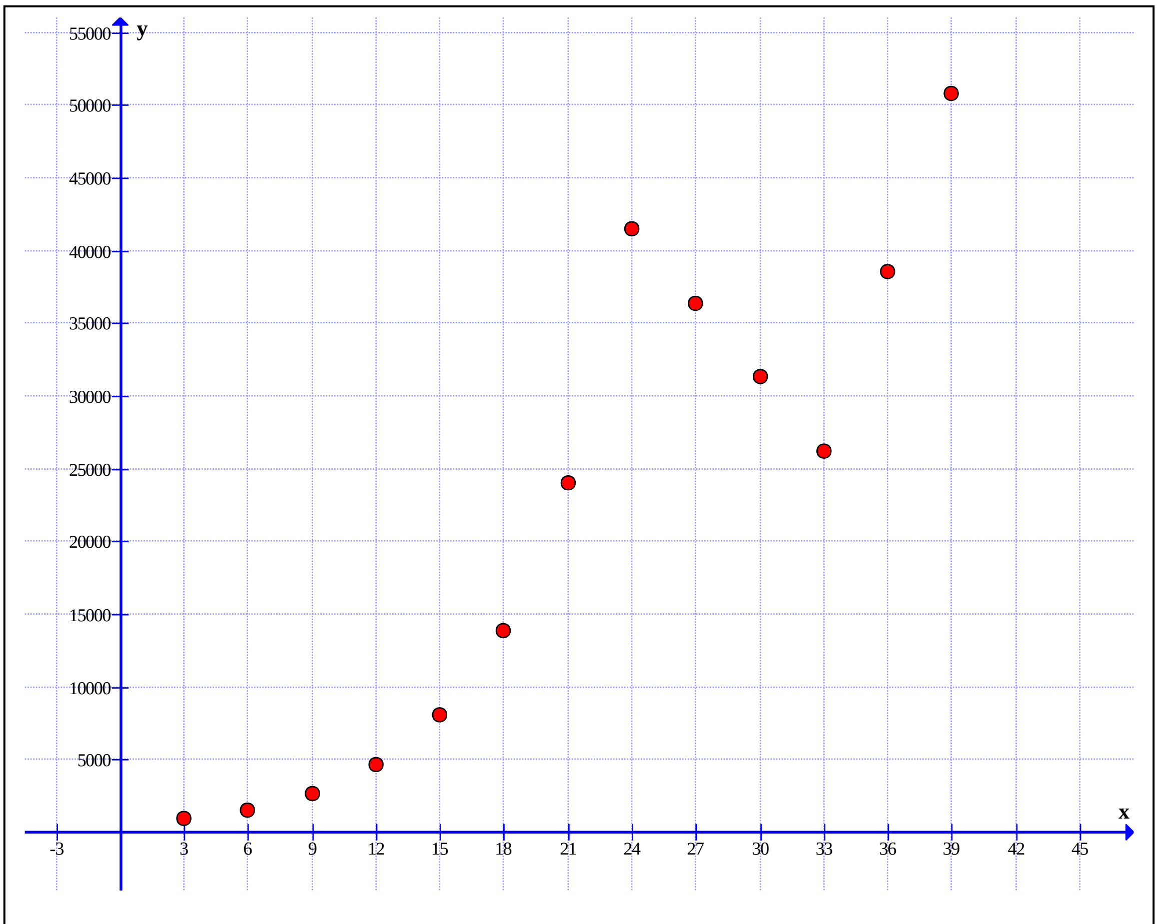


Conçu par Daniel Taillon
révisé par Ionela Ionescu-Mocanul

Modélisations différentes : fonctions affines et exponentielles

9) **Créez un modèle algébrique pour représenter la situation décrite par le tableau et le graphique ci-dessous.**

Nombre de jours	**Nombre de bactéries**
3	902
6	1 558
9	2 693
12	4 654
15	8 042
18	13 897
21	24 014
24	41 497
27	36 397
30	31 297
33	26 197
36	38 497
39	50 797

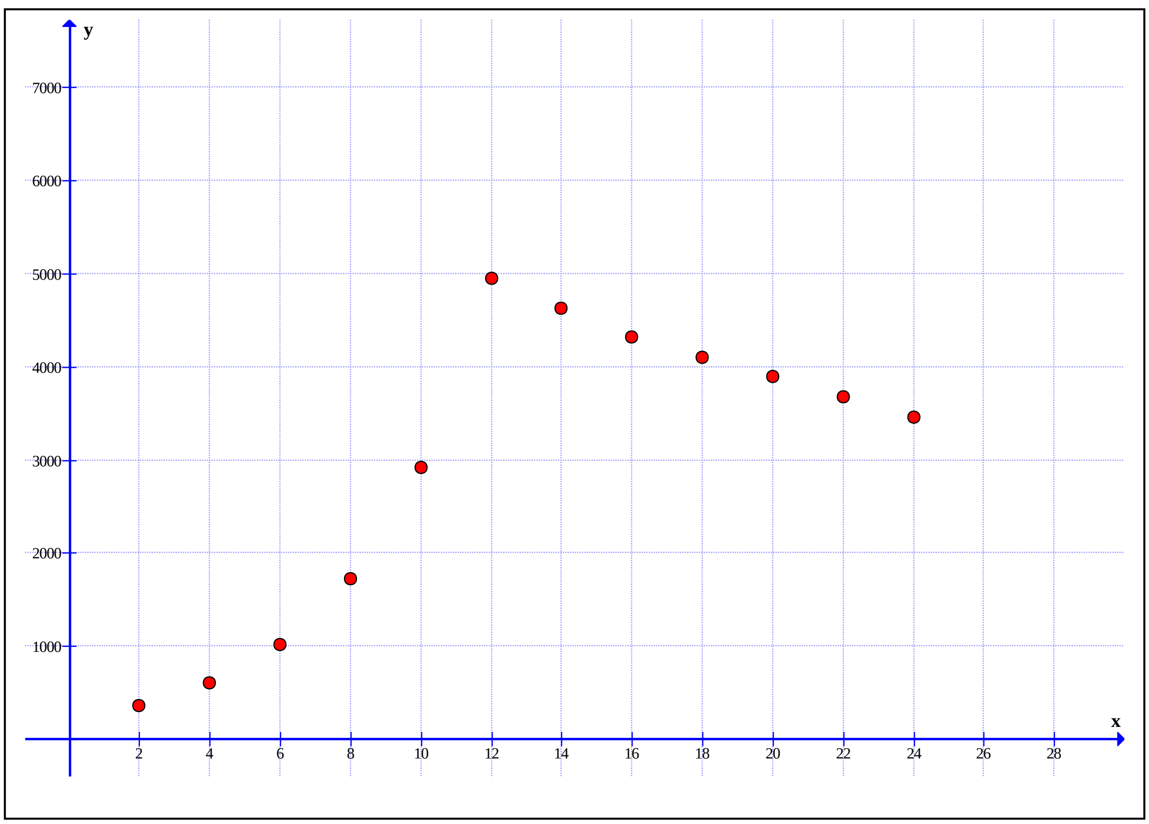


Conçu par Daniel Taillon
révisé par Ionela Ionescu-Mocanul

Modélisations différentes : fonctions affines et exponentielles

10)**Créez un modèle algébrique pour représenter la situation décrite par le tableau et le graphique ci-dessous.**

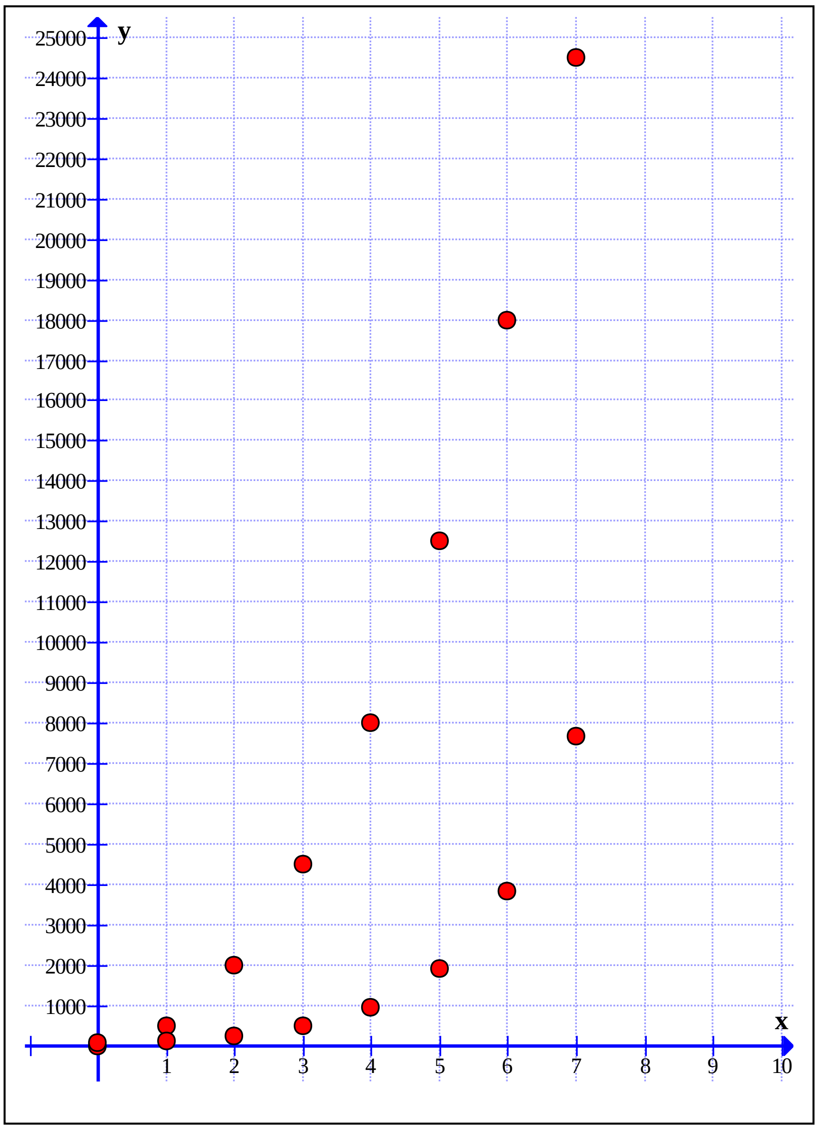
Nombre d'années	Nombre de personnes
2	358
4	605
6	1023
8	1729
10	2923
12	4939
14	4629
16	4319
18	4103
20	3887
22	3671
24	3455



Modélisations différentes : fonction du 2^{e} degré et exponentielle

11) **Créez un modèle algébrique pour représenter les deux situations décrites par le tableau et le graphique ci-dessous.**

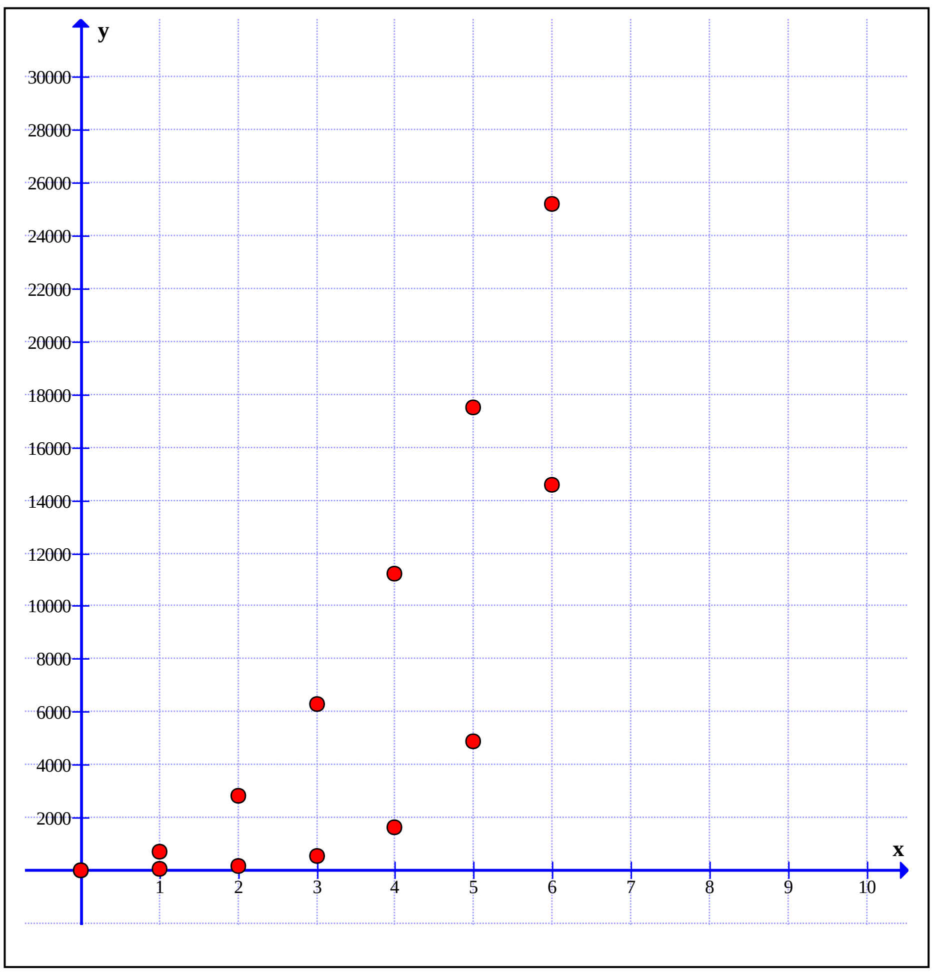
Nombre de semaines	**Nombre de clients chez Ionela**	**Nombre de clients chez Dan**
0	0	60
1	500	120
2	2 000	240
3	4 500	480
4	8 000	960
5	12 500	1 920
6	18 000	3 840
7	24 500	7 680



Modélisations différentes : fonction du 2e degré et exponentielle

12) **Créez un modèle algébrique pour représenter les deux situations décrites par le tableau et le graphique ci-dessous.**

Nombre de semaines	Revenus $ pour la cie A	Revenus $ pour la cie B.
0	0	40
1	700	120
2	2 800	360
3	6 300	1 080
4	11 200	3 240
5	17 500	9 720
6	25 200	29 160
7	34 300	87 480



Conçu par Daniel Taillon
révisé par Ionela Ionescu-Mocanul