

MAT-2101-3

Modélisation algébrique



PRÉTEST A_VCyn
Corrigé

Octobre 2023

QUESTION 1

Résolvez les équations suivantes.

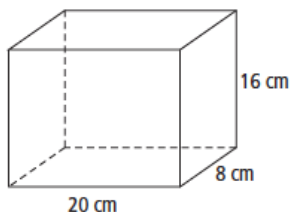
$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 2x - 16 - 3x &= -21x - 6 \\ -16 - x + 21x &= -21x - 6 + 21x \\ -16 + 20x + 16 &= -6 + 16 \\ \frac{20x}{20} &= \frac{10}{20} \\ x &= 0,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \frac{2}{3} &= 2(2p - 3) \\ \frac{2}{3} \div 2 &= 2(2p - 3) \div 2 \\ \frac{1}{3} + 3 &= 2p - 3 + 3 \\ \frac{10}{3} \div 2 &= 2p \div 2 \\ \frac{5}{3} &= p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad 5x + 7 &= \frac{-2x}{5} + 1 \\ \frac{5x}{1} + \frac{7}{1} &= \frac{-2x}{5} + \frac{1}{1} \\ \frac{5x}{1} \cdot \frac{5}{5} + \frac{7}{1} \cdot \frac{5}{5} &= \frac{-2x}{5} + \frac{1}{1} \cdot \frac{5}{5} \\ \frac{25x}{5} + \frac{35}{5} &= \frac{-2x}{5} + \frac{5}{5} \\ 25x + 35 + 2x &= -2x + 5 + 2x \\ 27x + 35 - 35 &= 5 - 35 \\ \frac{27x}{27} &= \frac{-30}{27} \\ x &= \frac{-30}{27} = -1, \bar{1} \end{aligned}$$

QUESTION 2

Voici l'image d'un solide connu.



a) Calculez l'aire totale du solide.

$$\begin{aligned} A &= 2(Ll + Lh + lh) \\ A &= 2(20 \cdot 8 + 20 \cdot 16 + 8 \cdot 16) \\ A &= 2(160 + 320 + 128) \\ A &= 2(608) \\ A &= 1\,216 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Réponse : L'aire de ce prisme est de 1 216 cm².

b) Calculez le volume du solide.

$$\begin{aligned} V &= L \cdot l \cdot h \\ V &= 20 \cdot 8 \cdot 16 \\ V &= 2\,560 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Réponse : Le volume de ce prisme est de 2 560 cm³.

QUESTION 3

Déterminez la mesure du rayon d'un cercle dont la circonférence est de 725,679 m.

$$\begin{aligned}C &= 2 \cdot \pi \cdot r \\725,679 &= 2 \cdot 3,14 \cdot r \\ \frac{725,679}{6,28} &= \frac{6,28 \cdot r}{6,28} \\115,553 \dots &= r \\115,55 &\approx r\end{aligned}$$

Réponse : Le rayon de ce cercle est d'environ 115,55 m.

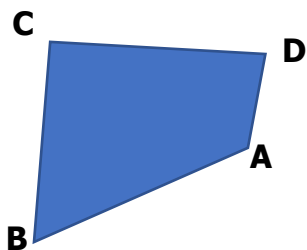
QUESTION 4

C'est une relation inversement proportionnelle.

$$\begin{aligned}\frac{2 \text{ boyaux}}{5 \text{ boyaux}} &= \frac{x \text{ heures}}{12 \text{ heures}} \\x &= 12 \cdot 2 \div 5 \\x &= 4,8 \text{ heures}\end{aligned}$$

Réponse : Il faudra 4,8 heures (4 heures et 48 minutes) pour remplir la piscine.

QUESTION 5



- $m\overline{AD}$ est la moitié de $m\overline{AB}$
- $m\overline{BC}$ est 6 m de plus que $m\overline{CD}$
- $m\overline{CD}$ est 2 m de moins que $m\overline{AB}$
- $m\overline{AB} = x$ m

Calculs des mesures algébriques :

$$\begin{aligned}m\overline{AB} &= x \text{ m} \\m\overline{BC} &= m\overline{CD} + 6 = (x - 2) + 6 = (x + 4) \text{ m} \\m\overline{CD} &= m\overline{AB} - 2 = (x - 2) \text{ m} \\m\overline{AD} &= m\overline{AB} \div 2 = \left(\frac{x}{2}\right) \text{ m} = (0,5x) \text{ m}\end{aligned}$$

Calcul du périmètre :

$$\begin{aligned}P &= m\overline{AB} + m\overline{BC} + m\overline{CD} + m\overline{AD} \\P &= x + (x + 4) + (x - 2) + (0,5x) \\P &= (3,5x + 2) \text{ m}\end{aligned}$$

Réponse : L'équation représentant la mesure du périmètre est $(3,5x + 2)$ m.

QUESTION 6

- Réponse : La relation entre la masse et la force est directement proportionnelle.**
- Réponse : La force serait diminué du quart.**

Tâche 1 : Aménagement de son bureau

a) 1) **Modèle pour le plancher :**

$$C_F = P_F \cdot A_F + C_T \quad \text{où} \quad C_F : \text{Coût du bois franc (en \$)}$$
$$P_F : \text{prix par m}^2 \text{ du bois franc (en \$/m}^2\text{)}$$
$$A_F : \text{Aire du bois franc (en m}^2\text{)}$$
$$C_T : \text{Coût des travaux (en \$)}$$

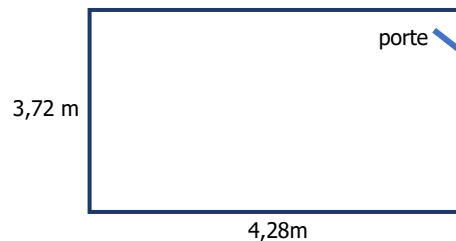
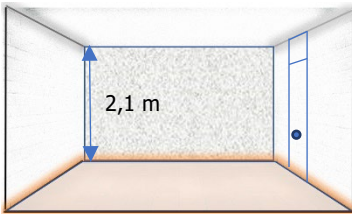
2) **Modèle pour les bordures :**

$$C_B = P_B \cdot L_B + C_T \quad \text{où} \quad C_B : \text{Coût des bordures (en \$)}$$
$$P_B : \text{prix par m de bordure (en \$/m)}$$
$$L_B : \text{Longueur de bordures (en m)}$$
$$C_t : \text{Coût des travaux (en \$)}$$

3) **Modèle pour la peinture :**

$$C_P = P_P \cdot S + C_T \quad \text{où} \quad C_P : \text{Coût de la peinture (en \$)}$$
$$P_P : \text{prix par m}^2 \text{ de la peinture (en \$/m}^2\text{)}$$
$$S : \text{Surface à peindre (en m}^2\text{)}$$
$$C_T : \text{Coût des travaux (en \$)}$$

b)



1) **Aire du plancher (A_b) :**

$$A_b = b \cdot h$$
$$A_b = 4,28 \cdot 3,72$$
$$A_b = 15,9216 \text{ m}^2$$

2) **Périmètre de la pièce (P_b) :**

$$P_b = (2 \cdot (L + l))$$
$$P_b = (2 \cdot (4,28 + 3,72))$$
$$P_b = (2 \cdot (8))$$
$$P_b = 16 \text{ m}$$

3) **Longueur des bordures requises (L_b) :**

$$L_b = P_b - b_p \quad \text{où} \quad P : \text{Périmètre de la pièce (en m)}$$
$$b_p : \text{base de la porte (en m)}$$

$$L_b = 16 - 0,9$$

$$L_b = 15,1 \text{ m}$$

4) **Aire du plafond (A_b) :**

$$A_b = 15,9216 \text{ m}^2$$

5) **Aire des murs (A_m) :**

$$A_m = P_b \cdot h$$

$$A_m = (2 \cdot (L + l)) \cdot 2,1$$

$$A_m = (2 \cdot (4,28 + 3,72)) \cdot 2,1$$

$$A_m = (2 \cdot (8)) \cdot 2,1$$

$$A_m = (16) \cdot 2,1$$

$$A_m = 33,6 \text{ m}^2$$

6) **Aire de la porte (A_p) :**

$$A_p = b \cdot h$$

$$A_p = 0,9 \cdot 2,1$$

$$A_p = 1,89 \text{ m}^2$$

7) **Surface à peindre sachant qu'il y aura 3 couches (S) :**

$$S = (A_b + A_m - A_p) \cdot 3$$

$$S = (15,9216 + 33,6 - 1,89) \cdot 3$$

$$S = (47,6316 + 33,6 - 1,89) \cdot 3$$

$$S = 142,8948 \text{ m}^2$$

Pour la première proposition :

8) Pour le plancher :

$$C_F = P_F \cdot A_F + C_T \quad \text{où} \quad C_F = ?$$
$$P_F = 7,99 \text{ \$/m}^2$$
$$A_F = A_b = 15,9216 \text{ m}^2$$
$$C_T = 6 \cdot P_F \cdot A_F$$

$$C_F = P_F \cdot A_F + 6 \cdot P_F \cdot A_F$$

$$C_F = 7 \cdot P_F \cdot A_F$$

$$C_F = 7 \cdot 7,99 \text{ \$/m}^2 \cdot 15,9216 \text{ m}^2$$

$$C_F = 890,495 \text{ 088 \$}$$

$$C_F \approx 890,50 \text{ \$}$$

9) **Pour les bordures :**

$$C_B = P_B \cdot L_B + C_T \quad \text{où} \quad \begin{aligned} C_B &= ? \\ P_B &= 5,25 \text{ \$/m} \\ L_b &= 15,1 \text{ m} \\ C_t &= 50 \text{ \$} \end{aligned}$$

$$C_B = 5,25 \text{ \$/m} \cdot 15,1 \text{ m} + 50 \text{ \$}$$

$$C_B = 79,275 \text{ \$} + 50 \text{ \$}$$

$$C_B = 129,275 \text{ \$}$$

$$C_B \approx 129,28 \text{ \$}$$

10) **Pour la peinture :**

$$C_P = P_P \cdot S + C_T \quad \text{où} \quad \begin{aligned} C_P &= ? \\ P_P &= 1,25 \text{ \$/m}^2 \\ S &= 142,8948 \text{ m}^2 \\ C_T &= 4 \cdot P_P \cdot S \end{aligned}$$

$$C_P = P_P \cdot S + 4 \cdot P_P \cdot S$$

$$C_P = 5 \cdot P_P \cdot S$$

$$C_P = 5 \cdot 1,25 \text{ \$/m}^2 \cdot 142,8948 \text{ m}^2$$

$$C_P = 893,0925 \text{ \$}$$

$$C_P \approx 893,09 \text{ \$}$$

10) **Coût pour l'ensemble de la première proposition (C_1) :**

$$C_1 = C_F + C_B + C_P \quad \text{où} \quad \begin{aligned} C_1 &= ? \\ C_F &\approx 890,50 \text{ \$} \\ C_B &\approx 129,28 \text{ \$} \\ C_P &\approx 893,09 \text{ \$} \end{aligned}$$

$$C_1 \approx 890,50 \text{ \$} + 129,28 \text{ \$} + 893,09 \text{ \$}$$

$$C_1 \approx 1\,912,87 \text{ \$}$$

Pour la deuxième proposition :

11) **Pour le plancher :**

$$C_F = P_F \cdot A_F + C_T \quad \text{où} \quad \begin{aligned} C_F &= ? \\ P_F &= 8,29 \text{ \$/m}^2 \\ A_F &= A_b = 15,9216 \text{ m}^2 \\ C_T &= 4 \cdot P_F \cdot A_F \end{aligned}$$

$$C_F = P_F \cdot A_F + 4 \cdot P_F \cdot A_F$$

$$C_F = 5 \cdot P_F \cdot A_F$$

$$C_F = 5 \cdot 8,29 \text{ \$/m}^2 \cdot 15,9216 \text{ m}^2$$

$$C_F = 659,950\,32 \text{ \$}$$

$$C_F \approx 659,95 \text{ \$}$$

12) **Pour les bordures :**

$$C_B = P_B \cdot L_B + C_T \quad \text{où} \quad \begin{aligned} C_B &= ? \\ P_B &= 2,59 \text{ \$/m} \\ L_b &= 15,1 \text{ m} \\ C_t &= 40 \text{ \$} \end{aligned}$$

$$C_B = 2,59 \text{ \$/m} \cdot 15,1 \text{ m} + 40$$

$$C_B = 79,109 \text{ \$}$$

$$C_B \approx 79,11 \text{ \$}$$

13) **Pour la peinture :**

$$C_p = P_p \cdot S + C_T \quad \text{où} \quad \begin{aligned} C_p &= ? \\ P_p &= 2,25 \text{ \$/m}^2 \\ S &= 142,8948 \text{ m}^2 \\ C_T &= 3 \cdot P_p \cdot S \text{ (en \$)} \end{aligned}$$

$$C_p = P_p \cdot S + 3 \cdot P_p \cdot S$$

$$C_p = 4 \cdot P_p \cdot S$$

$$C_p = 4 \cdot 2,25 \text{ \$/m}^2 \cdot 142,8948 \text{ m}^2$$

$$C_p = 1\,428,948 \text{ \$}$$

$$C_p \approx 1\,428,95 \text{ \$}$$

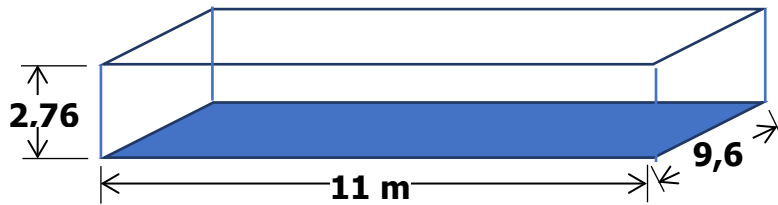
14) **Coût pour l'ensemble de la deuxième proposition (C_2) :**

$$C_2 = C_F + C_B + C_p \quad \text{où} \quad \begin{aligned} C_1 &= ? \\ C_F &\approx 659,95 \text{ \$} \\ C_B &\approx 79,11 \text{ \$} \\ C_p &\approx 1\,428,95 \text{ \$} \end{aligned}$$

$$C_2 \approx 659,95 \text{ \$} + 79,11 \text{ \$} + 1\,428,95 \text{ \$}$$

$$C_2 \approx 2\,168,01 \text{ \$}$$

Tâche 2 : Travaux urgents



Quel sera le coût total des travaux ?

1) **Coût de la « Phase 1 » (C_1) :**

$$C_1 = 5\,500 \$$$

2) **Aire du plancher (A_p) :**

$$A_p = b \cdot h$$

$$A_p = 11 \cdot 9,6$$

$$A_p = 105,6 \text{ m}^2$$

3) **Temps pour réaliser la « Phase 2 » (T_2) :**

En minutes	En heures	En heures et en minutes
$\frac{25 \text{ minutes}}{T_2(\text{en min})} = \frac{15,5 \text{ m}^2}{A_p}$	$\frac{60 \text{ minutes}}{T_2(\text{en min})} = \frac{1 \text{ heure}}{T_2(\text{en h})}$	$T_2 \approx 2 \text{ heures reste } 50 \text{ minutes}$
$\frac{25 \text{ minutes}}{T_2(\text{en min})} = \frac{15,5 \text{ m}^2}{105,6 \text{ m}^2}$	$\frac{60 \text{ minutes}}{170 \text{ minutes}} = \frac{1 \text{ heure}}{T_2(\text{en h})}$	
$T_2(\text{en min}) = \frac{25 \text{ minutes} \cdot 105,6 \text{ m}^2}{15,5 \text{ m}^2}$	$T_2(\text{en h}) = \frac{170 \text{ minutes} \cdot 1 \text{ h}}{60 \text{ minutes}}$	
$T_2(\text{en min}) = 170,322 \dots \text{ minutes}$	$T_2(\text{en h}) = 2,8\bar{3} \text{ heures}$	
$T_2(\text{en min}) \approx 170 \text{ minutes}$		

4) **Coût de la « Phase 2 » (C_2)**

$$C_2 = 75 \$/h \cdot T_2 + 800 \$$$

$$C_2 = 75 \$/h \cdot 2,8\bar{3} h + 800 \$$$

$$C_2 = 212,50 \$ + 800 \$$$

$$C_2 = 1\,012,50 \$$$

5) **Coût de la « Phase 3 » (C_3) :**

$$C_3 = 1\,800 \$$$

6) **Salaires d'un ouvrier de la « Phase 3 » (S_3) :**

$$1\ 800 \$ = 2 \cdot S_3 + (S_3 + 300)$$

$$1\ 800 \$ = 3 \cdot S_3 + 300 \$$$

$$\color{blue}{-300 \$} \quad \color{blue}{-300 \$}$$

$$\frac{1\ 500 \$}{3} = \frac{3 \cdot S_3}{3}$$

$$500 \$ = S_3$$

7) **Taux horaire d'un ouvrier de la « Phase 3 » (t_3) :**

$$\frac{12 \text{ heures}}{1 \text{ heure}} = \frac{500 \$}{t_3}$$

$$t_3 = \frac{1 \text{ heure} \cdot 500 \$}{12 \text{ heures}}$$

$$t_3 = 41, \bar{6} \$/h$$

$$t_3 \approx 41,67 \$/h$$

8) **Nombre de boîtes de plancher (n_p) :**

$$\frac{1 \text{ boîte}}{n_p} = \frac{1,8 \text{ m}^2}{A_p}$$

$$\frac{1 \text{ boîte}}{n_p} = \frac{1,8 \text{ m}^2}{105,6 \text{ m}^2}$$

$$n_p = \frac{1 \text{ boîte} \cdot 105,6 \text{ m}^2}{1,8 \text{ m}^2}$$

$$n_p = 58, \bar{6} \text{ boîtes}$$

$$n_p \approx 59 \text{ boîtes}$$

9) **Coût du plancher (C_p) :**

$$C_p = \frac{28 \$}{1 \text{ boîte}} \cdot 59 \text{ boîtes}$$

$$C_p = 1\ 652 \$$$

10) **Salaires des ouvriers de la « Phase 4 » (S_4) :**

$$S_4 = \frac{8 \text{ heures}}{1 \text{ ouvrier}} \cdot 2 \text{ ouvriers} \cdot t_3$$

$$S_4 = \frac{8 \text{ heures}}{1 \text{ ouvrier}} \cdot 2 \text{ ouvriers} \cdot 41,67 \$/h$$

$$S_4 = 666,72 \$$$

11) **Coût de la « Phase 4 » (C_4)**

$$C_4 = C_p + S_4$$

$$C_4 = 1\ 652 \$ + 666,72 \$$$

$$\color{red}{C_4 = 2\ 318,72 \$}$$

12) **Temps pour réaliser la « Phase 5 » (T_5) :**

$$T_5 = 4 \cdot T_2$$

$$T_5 = 4 \cdot 2,8\bar{3} \text{ heures}$$

$$T_5 = 11,3 \text{ heure}$$

13) **Coût de la « Phase 5 » (C_5) :**

$$C_5 = \frac{350 \$}{1 \text{ heure}} \cdot T_5$$

$$C_5 = \frac{350 \$}{1 \text{ heure}} \cdot 11,3 \text{ heure}$$

$$C_5 = 3\,966,6 \$$$

$$C_5 \approx \mathbf{3\,966,67 \$}$$

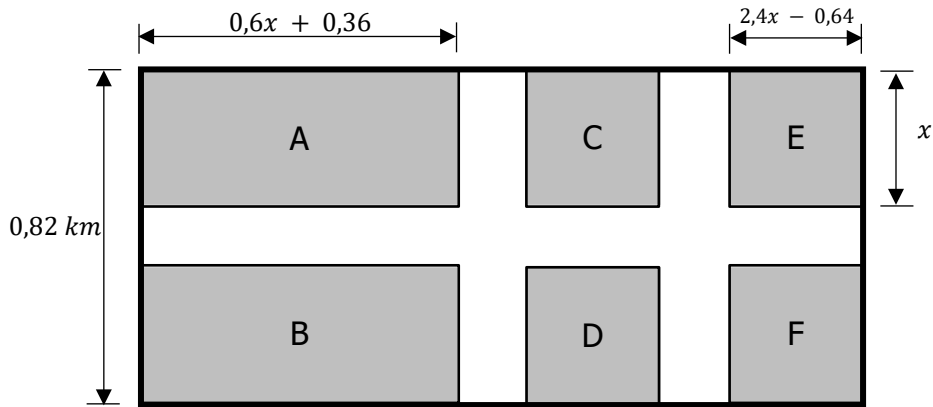
14) **Coût total (C_T) :**

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5$$

$$C_T = 5\,500 \$ + 1\,012,50 \$ + 1\,800 \$ + 2\,318,72 \$ + 3\,966,67 \$$$

$$C_T = \mathbf{14\,597,89 \$}$$

Tâche 3 : Parc industriel



1) **Valeur de x (hauteur de tous les secteurs) :**

$$2x + 0,02 = 0,82$$

$$\color{blue}{-0,02} \quad \color{blue}{-0,02}$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{0,8}{2}$$

$$x = \mathbf{0,4 \text{ km}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{400 \text{ m}}$$

2) **Largeur du secteur A (l_A) :**

$$l_A = 0,6x + 0,36$$

$$l_A = 0,6(0,4) + 0,36$$

$$l_A = 0,24 + 0,36$$

$$l_A = \mathbf{0,6 \text{ km}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{600 \text{ m}}$$

3) **Largeur du secteur E (l_E) :**

$$l_E = 2,4x - 0,64$$

$$l_E = 2,4(0,4) - 0,64$$

$$l_E = 0,96 - 0,64$$

$$l_E = \mathbf{0,32 \text{ km}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{320 \text{ m}}$$

4) **Largeur totale (l_T)**

$$l_T = l_A + 0,2 + l_C + 0,2 + l_E$$

$$l_T = l_A + 0,2 + l_E + 0,2 + l_E$$

$$l_T = 0,6 + 0,2 + 0,32 + 0,2 + 0,32$$

$$l_T = \mathbf{1,64 \text{ km}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{1\ 640 \text{ m}}$$

5) **Aire totale (A)**

$$A = b \cdot h$$

$$A = l_T \cdot h$$

$$A = 1,64 \cdot 0,82$$

$$A = \mathbf{1,344\ 8 \text{ km}^2} \quad \text{ou} \quad \mathbf{1\ 344\ 800 \text{ m}^2}$$