

MATHÉMATIQUES

MAT-5171-2

**Modélisation algébrique et graphique en
contexte fondamental II**

PRÉTEST A

Durée : 3 heures

QUESTIONNAIRE

Préparé par Roderich Jr Denis
Révisé par Martin Hébert

Septembre 2019
MAT-5171-2

Section A« Évaluation explicite des connaissances »**Question 1 (4 points)**

Résolvez algébriquement l'inéquation suivante.

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \left| 2 \left(x - \frac{1}{2} \right) \right| \geq \frac{1}{3}$$

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 2 (4 points)

Déterminez la règle d'une fonction exponentielle de la forme $f(x) = c^x + k$ passant par les points de coordonnées $(-1, 0)$ et $\left(1, \frac{-5}{6}\right)$.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 3 (4 points)

Soit f la fonction rationnelle définie par la règle $f(x) = \frac{-3}{2(x-3)} + 1$.

Déterminez pour quelles valeurs du domaine cette fonction f est-elle strictement négative?

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Question 4 (4 points)

Soient les fonctions f et g définies par les règles suivantes :

$$f(x) = \log_{\pi}(2x - 3) \quad \text{et} \quad g(x) = 3x - 2.$$

Déterminez si les énoncés suivants sont **vrais** ou **faux**.

Aucune justification n'est requise

La composée $f \circ g$ est une fonction,

- a) dont le domaine contient celui de la fonction f ,
- b) dont l'ordonnée à l'origine n'existe pas tout comme celle de la fonction f ,
- c) dont l'abscisse à l'origine est le double de celle de la fonction g ,
- d) et, dont l'image est la même que celle des fonctions f et g .

Question 5 (4 points)

Évaluez $\tan t$ sachant que $\frac{1}{\sin t} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ et que $-4\pi \leq t \leq -3\pi$.

Laissez les traces de votre démarche.

Section B« Évaluation des compétences »Situation-problème 1: Évolution du nombre de membres d'un centre de conditionnement physique

Le nombre de membres d'un centre de conditionnement physique a fortement augmenté au cours des trois premières années de son existence et a commencé à diminuer sensiblement durant les sept années suivantes.

La règle de la fonction définie par parties suivante décrit l'évolution du nombre de ses membres en fonction du nombre d'années x écoulées depuis son ouverture il y a dix ans.

$$f(x) = \begin{cases} -150(x - 3)^2 + 1350 & \text{pour } 0 \leq x \leq 3 \\ -50\sqrt{x - 3} + 1350 & \text{pour } 3 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

Pendant combien d'années ce centre comptera-t-il au moins 1200 membres?

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Situation-problème 2 : La température à l'extérieur d'un centre de recherche

Dans le cadre d'une activité scientifique, les membres d'une équipe de recherche ont enregistré sur une période de vingt-quatre heures la température à l'extérieur du lieu de leur travail.

Au départ, **à huit heures le matin**, le thermomètre indiquait -2°C et 8 heures plus tard, la température minimale atteinte a été de -6°C .

Les données enregistrées montrent que la température T en degrés Celsius a varié en fonction du temps t en heures selon la règle d'une fonction valeur absolue définie par $T(t) = a|t - h| + k$.

À quelles heures de la journée, le thermomètre indiquera-t-il -5°C ?

Justifiez votre réponse en présentant clairement les éléments de votre démarche.

Situation-problème 3: Allongement d'un ressort attaché à un poids

Au laboratoire de physique, un poids est attaché à l'extrémité d'un ressort au-dessus d'une table. Lorsqu'on étire le ressort et qu'on la relâche, on peut observer le poids osciller et, tout au long de cette oscillation, la hauteur $h(t)$ du poids suit le modèle d'une fonction sinusoïdale dont la règle est décrite par

$$h(t) = -7\sin\frac{2\pi}{3}\left(t + \frac{3}{4}\right) + 16$$

où $h(t)$ est exprimée en **centimètres** et t en **secondes**.

Durant les **trois premières secondes**, pendant combien de temps ce poids oscillera-t-il entre des hauteurs allant de **12,5 cm** à **23 cm**?

Présentez clairement les éléments de votre démarche.

Situation-problème 4 : Une équation logarithmique paramétrisée

Résolvez l'équation logarithmique suivante :

$$\log_{\pi} \left[\frac{1}{q} \ln \left(\frac{1}{p} x \right) \right] = 1$$

où p et q sont des nombres réels positifs non nuls.

Présentez clairement les éléments de votre démarche.