

CAHIER DE L'ADULTE

# Pavage par ordinateur

---

**Produit par Suzie Asselin**

**novembre 2017**



Source : Pixabay.com

Cette situation d'apprentissage permet de découvrir les règles algébriques associées aux différentes isométries : translation, réflexion et rotation. La SA doit être administrée au début du cours.

### Mise en situation

Un paveur installe des pavés pour faire des terrasses durant l'été et des recouvrements de plancher durant l'hiver. Sur le site web de sa compagnie, il publie les photos des divers pavages qu'il a réalisés. Pour aider ses clients à faire un choix, il aimerait pouvoir créer des images de différents pavages dans lesquels il pourrait faire varier la forme, le motif et la disposition des pavés. Il sait qu'il existe des outils informatiques qui lui offriraient cette possibilité. Il a donc décidé d'embaucher un infographiste.

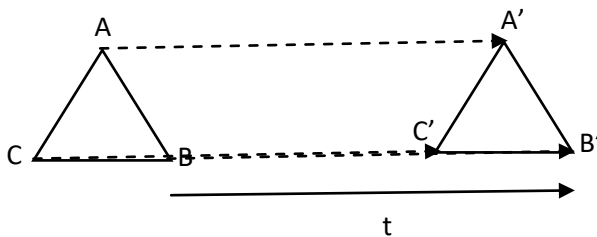
Un infographiste est un spécialiste qui applique l'informatique à la représentation graphique et au traitement de l'image. Avec des programmes informatiques, il sera en mesure de recouvrir un plan en un clin d'œil à partir de l'image d'un pavé de base en fournissant à l'ordinateur les instructions qui décrivent les transformations à effectuer. Ces informations prennent la forme de règles algébriques.

Dans cette situation d'apprentissage, vous découvrirez les règles algébriques qui permettent d'obtenir l'image d'un point soumis à une translation, une réflexion ou une rotation. Pour ce faire, vous utiliserez une stratégie qui vous fera passer de cas particuliers à une expression générale. Enfin, vous appliquerez vos connaissances en trigonométrie acquises dans le cours MAT-4163 pour déterminer les coordonnées des sommets d'un pavé placé dans le plan cartésien. Vous leur appliquerez ensuite les règles de transformations que vous aurez déduites pour les déplacer.

Comme il s'agit d'une SA d'acquisition de connaissances, nous vous suggérons de consulter votre enseignant après chacune des tâches. Au terme de cette situation d'apprentissage, vous serez en mesure de retrouver aisément les règles de chacune des transformations géométriques en ayant recours à une stratégie simple.

## Rappel – Les transformations géométriques

Une **TRANSLATION** permet d'obtenir l'image d'une figure initiale en faisant glisser chacun de ses points de la même distance selon la même direction et dans le même sens. Ces informations sont fournies par la flèche de translation ( $t$ ).

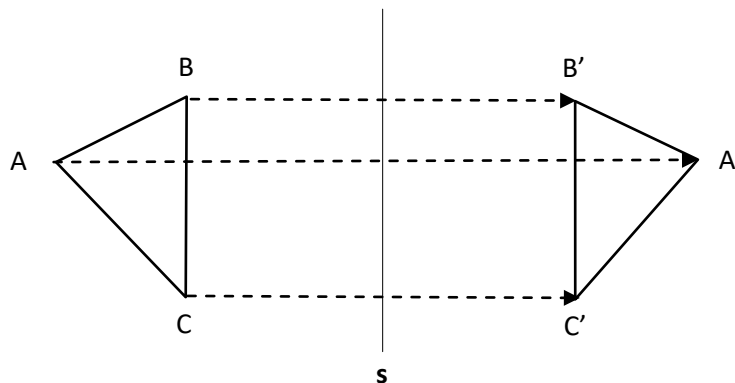


La flèche de translation est un **vecteur**, c'est-à-dire une quantité orientée définie par une grandeur, une direction et un sens.

Ici, le vecteur correspond à un déplacement de 7 unités en direction de l'axe des  $x$  vers la droite.

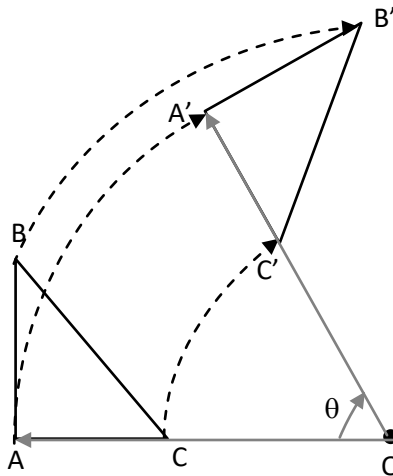
Pour revoir la technique de construction d'une translation, vous pouvez consulter la vidéo à l'adresse suivante <https://www.youtube.com/watch?v=05FXPbnmWCc>

Une **RÉFLEXION** permet d'obtenir l'image d'une figure initiale en la retournant par rapport à un axe de symétrie ( $s$ ).



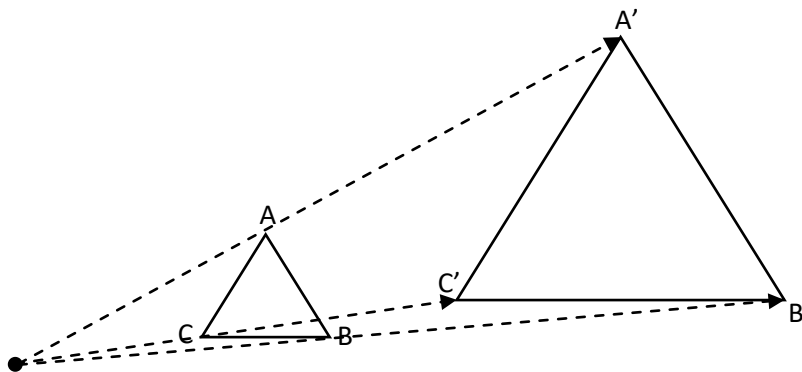
Pour revoir la technique de construction d'une réflexion, vous pouvez consulter la vidéo à l'adresse suivante <https://www.youtube.com/watch?v=R20TGq4GKVQ>

Une **ROTATION** permet d'obtenir l'image d'une figure initiale en faisant tourner chacun de ses points du même angle ( $\theta$ ) et dans le même sens autour d'un centre de rotation (O).



Pour revoir la technique de construction d'une rotation, vous pouvez consulter la vidéo à l'adresse suivante <https://www.youtube.com/watch?v=sGC9KXn5q7E>

Une **HOMOTHÉTIE** permet d'obtenir l'image d'une figure en l'agrandissant ou en la réduisant.

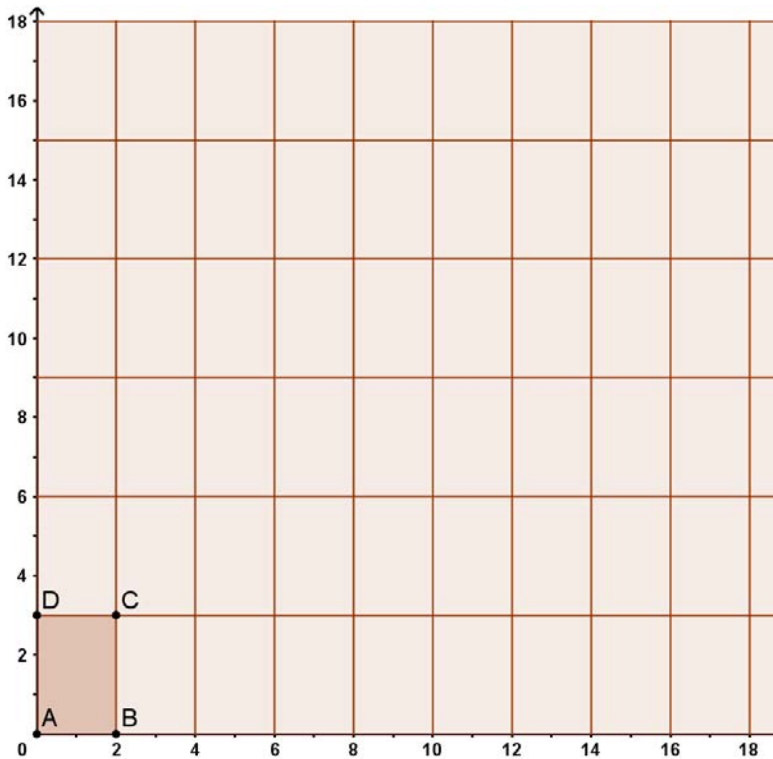


Quand on agrandit une image matricielle, les points qui constituent l'image (les pixels) s'éloignent les uns des autres. Comme le nombre de pixels demeure le même, ceux-ci sont plus espacés ce qui a pour effet de diminuer la qualité de l'image.

Pour revoir la technique de construction d'une homothétie, vous pouvez consulter la vidéo à l'adresse suivante <https://www.youtube.com/watch?v=T1RJmRWGOW>

Tâche 1 – Pavés unis

- a) Le pavage représenté ci-dessous est l'un des plus simples. Afin de le reproduire à partir du pavé de base ABCD, l'infographiste doit trouver les règles algébriques qui permettront de déplacer le pavé de façon à recouvrir entièrement le plan, sans chevauchement ni espace. Ces règles doivent décrire le déplacement de chacun des points du pavé de départ de la position initiale  $(x, y)$  à la position finale  $(x', y')$  afin d'obtenir une réplique du pavé en un endroit différent du plan.



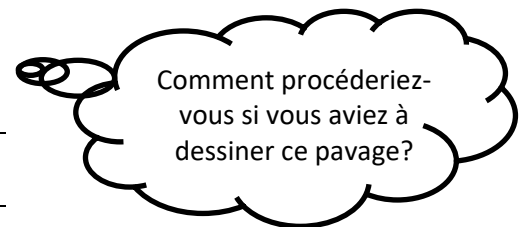
Choisissez la transformation géométrique qui vous semble la plus appropriée pour reproduire ce pavage et décrivez en mots une façon logique et efficace de procéder pour recouvrir le plan.

---

---

---

---

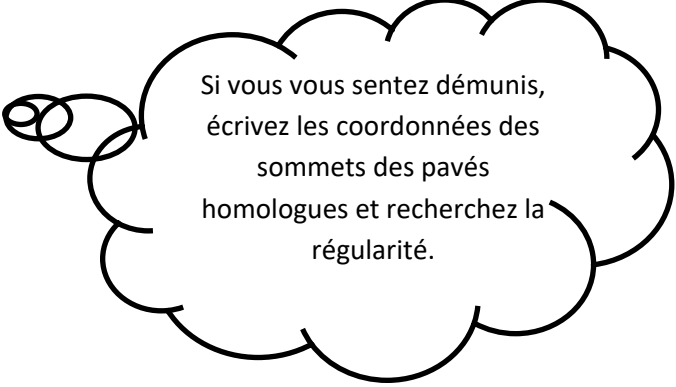


## Pavage par ordinateur

---

Trouvez les règles algébriques qui permettent d'obtenir les coordonnées  $x'$  et  $y'$  de chacun des points du pavé image à partir des coordonnées  $x$  et  $y$  des points du pavé initial pour chaque type de déplacement.

Exprimez chaque règle sous la forme :  $(x, y) \rightarrow (x', y')$   
où  $x'$  et  $y'$  sont des fonctions de  $x$  et  $y$ .



Si vous vous sentez démuni,  
écrivez les coordonnées des  
sommets des pavés  
homologues et recherchez la  
régularité.

Par exemple, si la coordonnée  $x$  augmente de 3 unités et que la coordonnée  $y$  change de signe après avoir subi une transformation géométrique, la règle qui décrit cette transformation s'écrira :  $(x, y) \rightarrow (x + 3, -y)$ .

Il est important d'utiliser cette notation puisque le respect des conventions d'écriture en mathématique fait partie des critères d'évaluation.

## Pavage par ordinateur

---

Votre résultat est-il plausible? Comment pouvez-vous le vérifier?

---

---

---

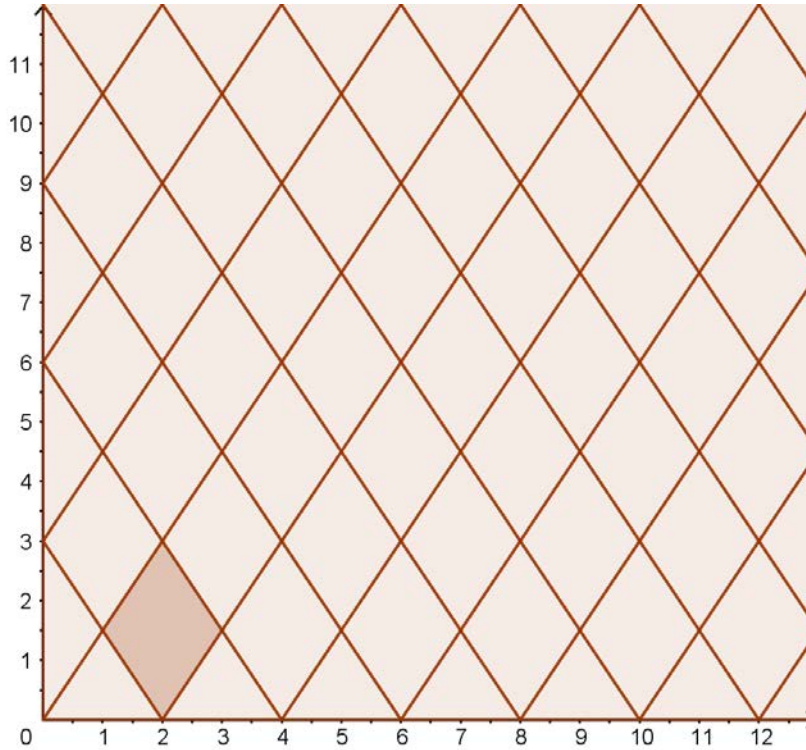
---

## Pavage par ordinateur

---

- b) Le paveur demande à l'infographiste de concevoir un programme pour réaliser le pavage ci-dessous. Quelles règles algébriques devra-t-il utiliser?

Ne vous souciez pas des losanges incomplets puisque les pavés qui sortent des limites de la surface à couvrir seront automatiquement tronqués.





## Pavage par ordinateur

---

Résumez les étapes que vous avez suivies pour parvenir au résultat.

---

---

---

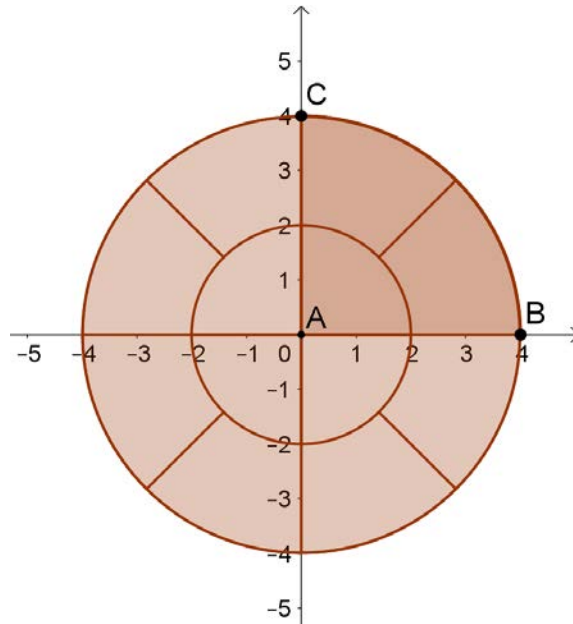
---

---

---

Tâche 2 –La rosace

- a) La rosace représentée ci-dessous est un motif que le paveur utilise fréquemment. Ce pavage circulaire sert à supporter des objets décoratifs comme des pots de fleurs ou de petites tables rondes. Il s'intègre aussi comme motif dans les patios.



À quelles transformations géométriques l'infographiste peut-il avoir recours pour créer ce pavage circulaire à partir du pavé de base ABC?

---

---

En supposant que le programme prenne le pavé de base ABC comme figure initiale pour créer l'image de chacune des autres pièces de la rosace, donnez les règles algébriques qui permettent de compléter le pavage. Trouvez ces règles pour chaque transformation géométrique qui peut être utilisée.

À quelle stratégie aurez-vous recours pour découvrir ces règles?

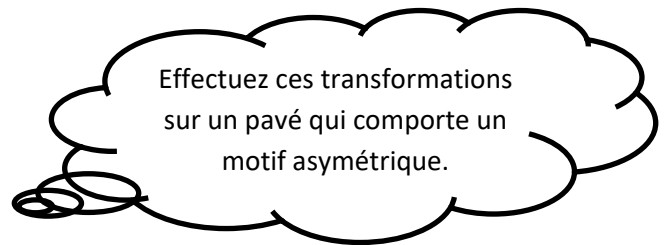
---

---

---

Utilisez cette page pour rédiger votre solution

Pourquoi des transformations géométriques qui permettent d'obtenir la même image ont-elles des règles différentes?



---

---

---

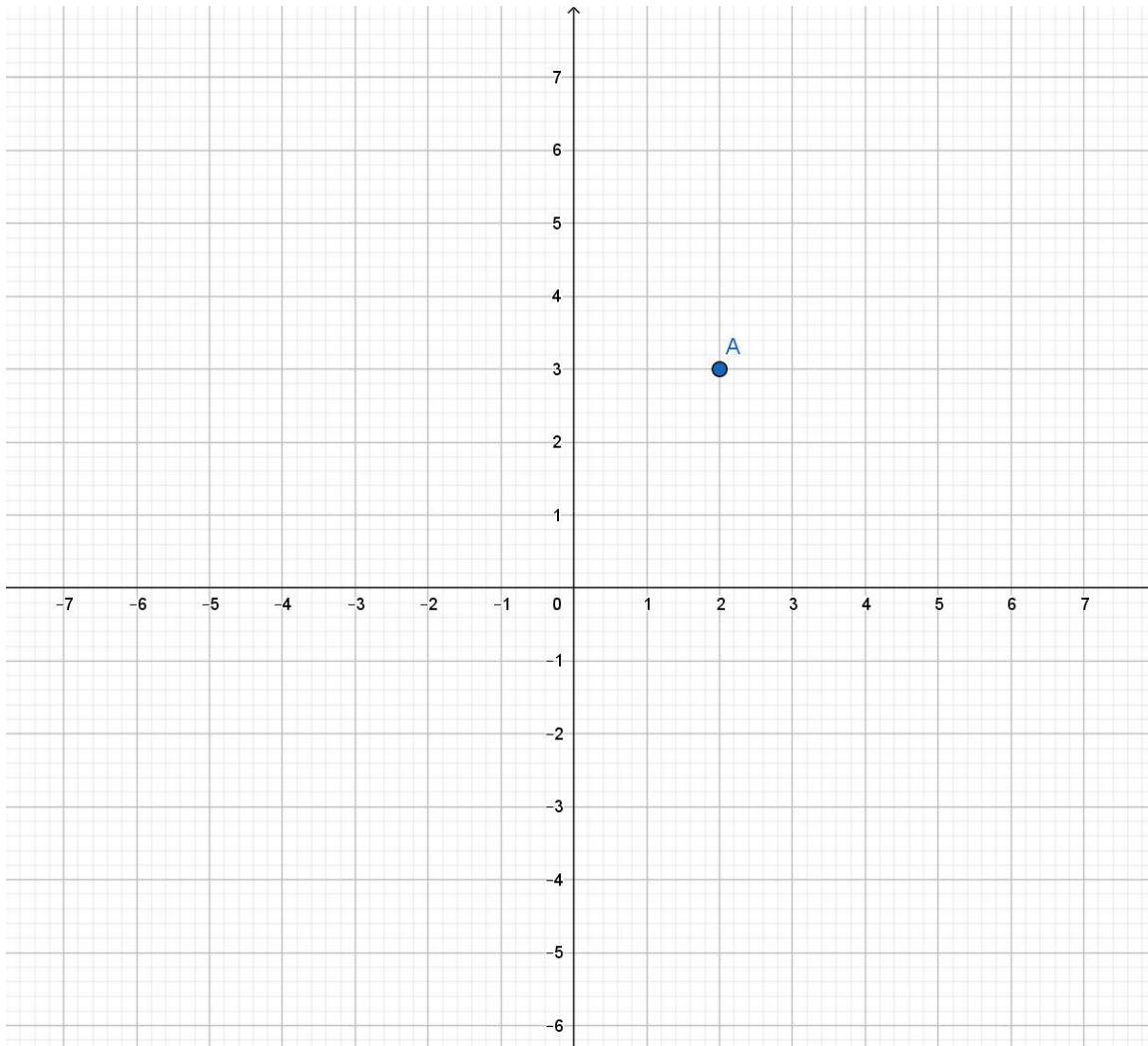
---

## Pavage par ordinateur

---

Si ce n'est déjà fait, préparez un résumé de toutes les règles algébriques que vous avez déduites jusqu'à présent. Ce sont des informations qu'il vous faudra inclure dans votre **aide-mémoire**.

- b) Déterminez graphiquement la position du point  $A'$  en faisant subir au point  $A$  les transformations géométriques utilisées dans la tâche 2. Vérifier ensuite si ses coordonnées correspondent à celles que vous obtenez en appliquant les règles algébriques que vous avez déduites.



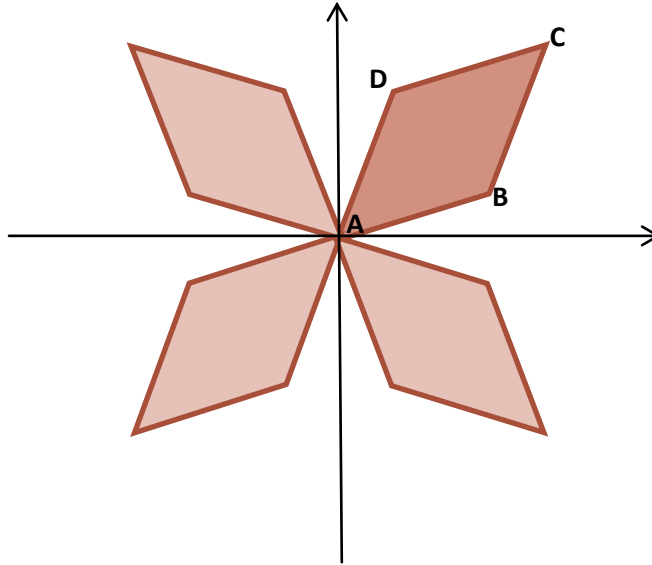
Avez-vous identifié des erreurs?

---

---

Tâche 3 – Motif décoratif

- a) Un autre motif décoratif qu'il insère souvent dans ses pavages est composé de losanges dont les angles mesurent  $60^\circ$  et  $120^\circ$ .



Le pavé de base ABCD a 2,5 unités de côté et est parfaitement centré dans le premier quadrant.

**Calculez les coordonnées que le programme associera aux sommets du losange représenté dans le premier quadrant.**

Quels savoirs devrez-vous utiliser pour effectuer les calculs demandés?

---

---

Énumérez quelques stratégies qui vous aideront à résoudre cette situation-problème.

---

---

---

---

## Pavage par ordinateur

---

Utilisez cette page pour rédiger votre solution

## Pavage par ordinateur

---

- b) Déterminez les coordonnées des sommets des autres losanges qui permettent de représenter le pavage tel qu'il apparaîtra à l'écran. Utilisez ensuite ces points pour reproduire le motif sur la feuille quadrillée à la page suivante.

Quelle stratégie allez-vous utiliser pour ne pas avoir à refaire tous les calculs effectués en a)?

---

---

---

Utilisez cet espace pour rédiger votre solution

- c) Puisque les pavés sont symétriques, on peut avoir recours à une autre séquence de transformations géométriques pour générer le motif à partir du pavé de base. Refaites le même exercice qu'en b) avec cette nouvelle séquence.

## Pavage par ordinateur

---

