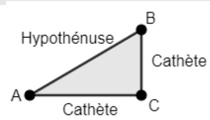
Trigonométrie et relations métriques

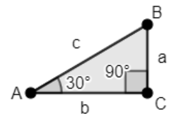
1. Rappel sur le triangle

○ La somme des angles = 180°



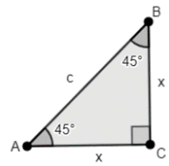
○ Dans un triangle ***rectangle***

- $c^2 = a^2 + b^2$ (Pythagore)
- $c = 2a$ si l'angle opposé à $a = 30^0$



○ Dans un triangle ***rectangle isocèle***

- $c^2 = x^2 + x^2$ (Pythagore)

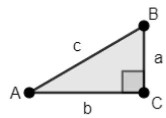


2. Rapports trigonométriques dans un *triangle rectangle*

○ $\sin\theta = \dfrac{\textit{côté opposé}}{\textit{hypoténuse}}$

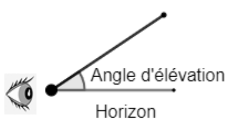
○ $\cos\theta = \dfrac{\textit{côté adjacent}}{\textit{hypoténuse}}$

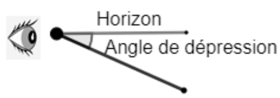
○ $\tan\theta = \dfrac{\textit{côté opposé}}{\textit{côté adjacent}}$



Arrondir au dix-millième près

3. Les angles

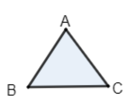




4. Triangles acutangles et obtusangles

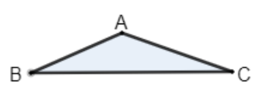
Acutangles

3 ∠ aigus



Obtusangles

1 ∠ obtus et 2 ∠ aigus



Sin A = sin (180 – A)

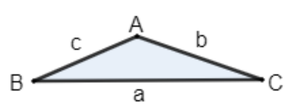
5. Formules d'aire d'un triangle

○ **Formule du Héron** (facultative)

- $Aire = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
- $p = \dfrac{périmètre}{2}$

○ **À partir 1 angle et de ses 2 côtés**

- $Aire = \dfrac{bc \sin A}{2}$
- $Aire = \dfrac{ac \sin B}{2}$
- $Aire = \dfrac{ab \sin C}{2}$



○ **À partir 1 côté et de ses 2 angles**

- $Aire = \dfrac{a^2 \sin B \sin C}{2\sin(B+C)}$
- $Aire = \dfrac{b^2 \sin A \sin C}{2\sin(A+C)}$
- $Aire = \dfrac{c^2 \sin A \sin B}{2\sin(A+B)}$

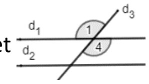
○ **Formule de base**

- $Aire = \dfrac{base \cdot hauteur}{2}$

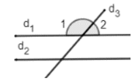
Triangles isométriques, triangles semblables et figures équivalentes

1. Angles formés par 2 droites parallèles et une sécante

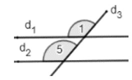
○ Angles opposés par le sommet



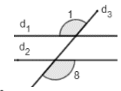
○ Angles adjacents supplémentaires (somme de 180°)



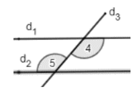
○ Angles corresponsdants



○ Angles alternes-externes

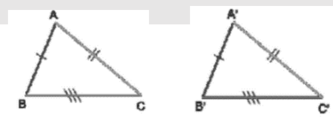


○ Angles alternes-internes

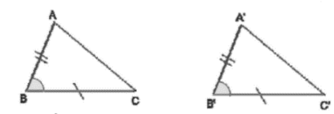


2. Triangles isométriques

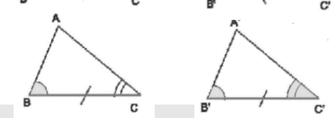
○ C – C – C



○ C – A – C

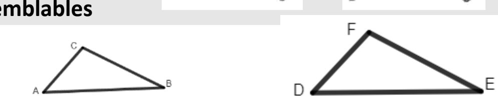


○ A – C – A



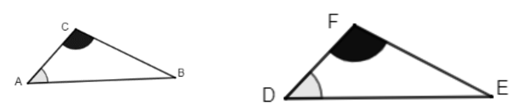
3. Triangles semblables

○ P – P – P



○ P – A – P

○ A – A



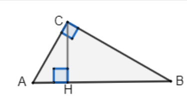
4. Démonstration

○ Hypothèse
○ Démonstration
○ Conclusion

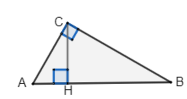
5. Relations métriques dans un triangles rectangle

○ **Côté-projection-hypoténuse**

- $(m\,\overline{AC})^2 = m\,\overline{AH} \bullet m\,\overline{AB}$

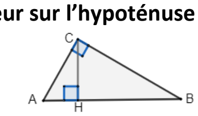


- $(m\,\overline{BC})^2 = m\,\overline{BH} \bullet m\,\overline{AB}$



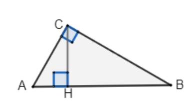
○ **Hauteur-segment déterminé par la hauteur sur l'hypoténuse**

- $(m\,\overline{CH})^2 = m\,\overline{AH} \bullet m\,\overline{BH}$



○ **Hauteur-Hypoténuse-Côté de l'angle droit**

- $m\,\overline{AB} \bullet m\,\overline{CH} = m\,\overline{AC} \bullet m\,\overline{BC}$

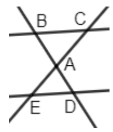


6. Énoncés géométriques liés aux triangles semblables

○ Énoncé 7

- Des sécantes coupées par des parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.

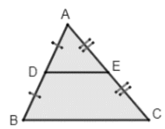
$$\frac{m\,\overline{AB}}{m\overline{AD}} = \frac{m\,\overline{AC}}{m\overline{AE}}$$



○ Énoncé 9

- Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure égale la moitié de celle du 3e côté

$$\frac{m\,\overline{DE}}{m\overline{BC}} = \frac{1}{2}$$



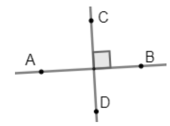
Géométrie analytique

1. Pente d'une droite

○ A (x_1, y_1) et B (x_2, y_2)
Pente $_{AB}$ = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ = a

○ Droites parallèles
Pente $_{AB}$ = Pente $_{CD}$

○ Droites perpendiculaires
Pente $_{AB}$ • Pente $_{CD}$ = -1



2. Distance entre deux points

○ A (x_1, y_1) et B (x_2, y_2)

$$d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

3. Point de partage

○ Soit A (x_1, y_1) et B (x_2, y_2).
Coordonnées du point de partage, situé à une fraction k d'un segment :

$$(x_1 + k(x_2 - x_1), y_1 + k(y_2 - y_1))$$

➢ <u>Ex:</u> Soit A(-3, 1) et B (5, -3)

○ Situé à une fraction donnée : $k = \frac{1}{4}$

ou

○ Selon un rapport donné :
Point qui partage le segment BA dans un rapport 1 : 3.
Alors $k = \frac{1}{4}$

$$(x_1 + k(x_2 - x_1), y_1 + k(y_2 - y_1))$$
$$\left(-3 + \frac{1}{4}(5 - -3), 1 + \frac{1}{4}(-3 - 1)\right)$$
$$\left(-3 + \frac{1}{4}(8), 1 + \frac{1}{4}(-4)\right)$$
$$(-3 + 2, 1 - 1)$$
$$(-1, 0)$$

○ Point milieu : $k = \frac{1}{2}$

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

➢ <u>Ex :</u> Soit A (-3, 1) et B (5, -3)

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$
$$\left(\frac{-3 + 5}{2}, \frac{1 + -3}{2}\right)$$
$$\left(\frac{2}{2}, \frac{-2}{2}\right)$$
$$(1, -1)$$

4. Médiatrice

○ Médiatrice d'un segment : CD

- Perpendiculaire au segment AB
- Passe par point milieu de AB