Distribution statistique à un caractère

- $Ex: 3, 5, 2, 7, 8$

$$Moyenne = \frac{3 + 5 + 2 + 7 + 8}{5} = 5$$

1. Écart moyen

- $\text{Écart moyen} = \frac{somme\ des\ écarts\ à\ la\ moyenne}{nombre\ total\ de\ données}$

$$EM = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

- EX : $\text{Écart moyen} = \frac{|3-5|+|5-5|+|2-5|+|7-5|+|8-5|}{5} = 2$

2. Écart type

- $\text{Écart type} = \sqrt{\frac{somme\ des\ (écarts\ à\ la\ moyenne)^2}{nombre\ total\ de\ données}}$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

- EX : $\text{Écart type} = \sqrt{\frac{(3-5)^2+(5-5)^2+(2-5)^2+(7-5)^2+(8-5)^2}{5}} = 2{,}28$

Distribution statistique à deux caractères

1.Construction et interprétation de tableaux de distribution

x \ y	[40,60[	[60,80[	[80,100[	[100,120[	[120,140[	[140,160[
[0,5[	6	1	0	0	0	0
[5,10[	0	8	0	0	0	0
[10,15[	0	2	3	0	0	0
[15,20[	0	0	4	2	0	0
[20,25[	0	0	0	3	5	3
[25,30[	0	0	0	0	3	1

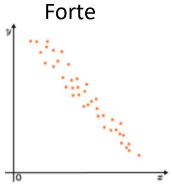
alloprof

Corrélation forte

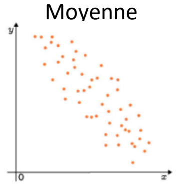
2. Coefficient de corrélation

- Corrélation linéaire négative :

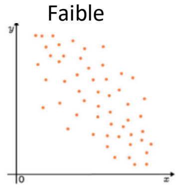
Forte



Moyenne

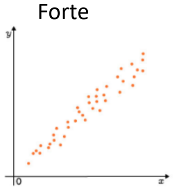


Faible

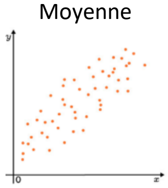


- Corrélation linéaire positive

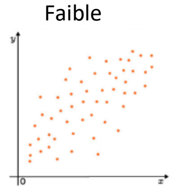
Forte



Moyenne

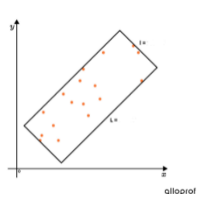


Faible



- Méthode du rectangle

$$r = \pm\left(1 - \frac{mesure\ du\ petit\ côté}{mesure\ du\ grand\ côté}\right)$$



- Coefficient de corrélation :

Valeur absolue de r	Intensité de corrélation
$\|r\|$=1	Parfaite
$0{,}75 \leq \|r\| < 1$	Forte
$0{,}6 \leq \|r\| < 0{,}75$	Moyenne
$0{,}4 \leq \|r\| < 0{,}6$	Faible
$\|r\|$ <0,4	Inexistante

Droite de régression dans un nuage de points

- Rappel :

$$y = ax + b$$
$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

1. Deux points au hasard qui représentent bien la tendance

- Choisir 2 points qui permettent de tracer une droite de régression qui représente bien la situation
- Trouver l'équation de la droite

2. Méthode des moyennes

1) Trouver le point moyen :
   - Faire la moyenne des x
   - Faire la moyenne des y
   - M $(\bar{x}, \bar{y})$
2) Choisir 1 point qui avec le point moyen permet de tracer une droite de régression qui représente bien la situation
3) **Trouver l'équation de la droite**

3. Méthode de la droite médiane-médiane (TI-84)

1) Placer les couples en ordre croissant selon x
2) Séparer les couples en 3 groupes égaux
3) Trouver les coordonnées du point médian de chaque groupe : M_1, M_2, M_3
4) Trouver les coordonnées du point moyen P :
   - Calculer la moyenne de M_1, M_2, M_3
5) Trouver l'équation de la droite : $y = ax + b$
   - $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad$ *En utilisant les points M_1 et M_3*
   - Trouver b en utilisant le point moyen P

- **EX :**

Nombre d'enfants	2	6	5	4	1	5	3
Nombre d'inscriptions	6	9	7	6	5	8	4

1) Placer les couples en ordre croissant selon x
2) Séparer les couples en 3 groupes égaux(surtout 1er et 3e)

Nombre enfants	1	2	3	4	5	5	6
Nombre inscriptions	5	6	4	6	7	8	9

3) Trouver les coordonnées du point médian de chaque groupe :

$$M_1 = \left(\frac{1+2}{2}, \frac{5+6}{2}\right) \qquad M_2 = (4, 6) \qquad M_3 = \left(\frac{5+6}{2}, \frac{8+9}{2}\right)$$

$$M_1 = (1{,}5\ ; 5{,}5\ ) \qquad M_2 = (4, 6) \qquad M_3 = (5{,}5\ ; 8{,}5\ )$$

4) Trouverles coordonnées du point moyen P :

$$P = \left(\frac{1{,}5 + 4 + 5{,}5}{3}, \frac{5{,}5 + 6 + 8{,}5}{3}\right)$$
$$P \approx (3{,}67; 6{,}67\ )$$

5) Trouver l'équation de la droite : $y = ax + b$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \textit{En utilisant les points } M_1 \textit{ et } M_3$$

$$a = \frac{8{,}5 - 5{,}5}{5{,}5 - 1{,}5} = 0{,}75$$

$$y = 0{,}75x + b$$
$$6{,}67 = 0{,}75(3{,}67) + b$$
$$3{,}92 \approx b$$

$$y = 0{,}75x + 3{,}92$$

4.Méthode de Mayer

1) Placer les couples en ordre croissant selon x
2) Séparer les couples en 2 groupes égaux (si possible)
3) Trouver les coordonnées des points moyens de chaque groupe : $P_1 = (\bar{x}_1, \bar{y}_1), P_2 = (\bar{x}_2, \bar{y}_2)$
4) Trouver l'équation de la droite : $y = ax + b$
   - $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad En\ utilisant\ les\ points\ P_1 et\ P_2$
   - Trouver b en utilisant un point moyen $P_1\ ou\ P_2$

- **EX :**

Nombre d'enfants	2	6	5	4	1	5	3
Nombre d'inscriptions	6	9	7	6	5	8	4

1) Placer les couples en ordre croissant selon x
2) Séparer les couples en 2 groupes égaux (si possible)

Nombre enfants	1	2	3	4	5	5	6
Nombre inscriptions	5	6	4	6	7	8	9

3) Trouver les coordonnées du point médian de chaque groupe :

$$P_1 = \left(\frac{1+2+3+4}{4}, \frac{5+6+4+6}{4}\right) \qquad P_2 = \left(\frac{5+5+6}{3}, \frac{7+8+9}{3}\right)$$

$$P_1 = (2{,}5\,;5{,}25\,) \qquad P_2 = (5{,}33\,;8)$$

4) Trouver l'équation de la droite : $y = ax + b$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad En\ utilisant\ les\ points\ P_1 et\ P_2$$

$$a = \frac{8 - 5{,}25}{5{,}33 - 2{,}5} \approx 0{,}97$$

$$y = 0{,}97x + b$$
$$8 = 0{,}97(5{,}33) + b$$
$$2{,}8299 \approx b$$

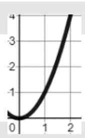
$$y = 0{,}97x + 2{,}83$$

Régression qui suit autre modèle fonctionnel qu'affine (f(x)= ax + b)

- Représenter la situation graphiquement
- Tracer la courbe la mieux ajuster
- Choisir le modèle
- Trouver l'équation du modèle

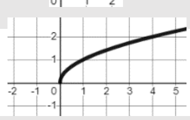
1. Quadratique $f(x) = ax^2$

- Besoin 1 point



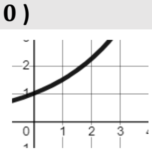
2. Racine carrée $f(x) = a\sqrt{x}$

- Besoin 1 point



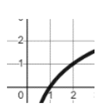
3. Exponentielle $f(x) = ac^x$ $\quad$ (où $a \neq 0\ et\ c > 0$)

- Besoin 2 points
- Poser 2 équations à deux inconnus
- Résoudre par comparaison



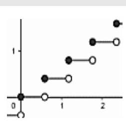
4. Logarithmique $f(x) = \log_c bx$ $\quad$ (où $c > 0\ et\ b \neq 0$)

- Besoin 2 points
- Poser 2 équations à deux inconnus
- Résoudre par comparaison



5. En escalier $f(x) = a[bx]$

- a : hauteur d'une contremarche
- b : $\frac{1}{b}$ (longueur de la marche)



Probabilité

1. Probabilité et chance

- $Probabilit\acute{e} = \frac{Nombre\ de\ cas\ favorables}{Nombre\ de\ cas\ possibles}$
- $Chances\ POUR = \frac{Nombre\ de\ cas\ favorables}{Nombre\ de\ cas\ d\acute{e}favorables}$
- $Chances\ CONTRE = \frac{Nombre\ de\ cas\ d\acute{e}favorables}{Nombre\ de\ cas\ favorables}$

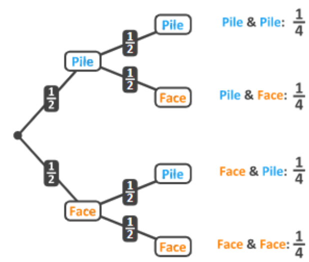
2. Dénombrement et diagramme en arbre

- Dénombrement : principe multiplicatif

  Ex : 5 chandails, 4 pantalons, 6 paires de souliers
  5 x 4 x 6 = 120 tenues différentes

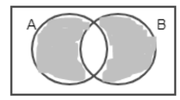
- Diagramme en arbre :

  Ex : 2 pièces de monnaie
  2 x 2 = 4 résultats possibles

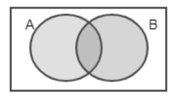


3. Événements et probabilités

- Si A et B sont des événements mutuellement exclusifs :
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$



- Si A et B ne sont ***pas*** des événements mutuellement exclusifs :
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



- Événements dépendants
- Événements indépendants :
  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

  Ex : A : nombre pair sur un dé et B : Face sur pièce de monnaie
  $P(A \cap B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

- Probabilité conditionnelle :

$$P(A\ sachant\ B) = \frac{Nombre\ de\ cas\ favorable\ \grave{a}\ la\ fois\ \grave{a}\ A\ et\ \grave{a}\ B}{Nombre\ de\ cas\ favorable\ \grave{a}\ B}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

4. Espérance mathématique

- Espérance mathématique = moyenne des valeurs numériques pondérée avec la probabilité que se réalise chacune de ces valeurs.
- Espérance de gain : Gain moyen qu'un joueur peut s'attendre à recevoir.

$$E = P_1 \cdot G_1 + P_2 \cdot G_2 + \cdots + P_n \cdot G_n - M$$

P : Probabilité du résultat
G : Gain associé au résultat
M : Mise

- Jeu favorable : $Esp\acute{e}rance\ de\ gain > 0$
- Jeu défavorable : $Esp\acute{e}rance\ de\ gain < 0$
- Jeu équitable : $Esp\acute{e}rance\ de\ gain = 0$

Ex : Lancer 2 dés pour 10$. Si les deux dés affichent le même nombre, on gagne 25$.

$$E = \frac{6}{36} \cdot 25 + \frac{30}{36} \cdot 0 - 10$$
$$E = -5{,}83\$$$

Jeu défavorable pour le joueur.

Emilie Cholette C.S.S. de la Capitale

Sources : allo prof et Kinésis