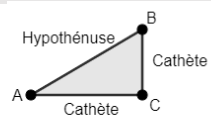
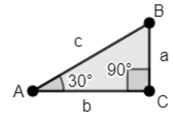
Trigonométrie et relations métriques

1. Rappel sur le triangle

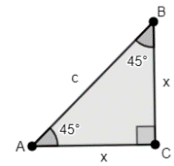
- La somme des angles = 180°



- Dans un triangle ***rectangle***
  - $c^2 = a^2 + b^2$ (Pythagore)
  - $c = 2a$ si l'angle opposé à $a = 30^0$

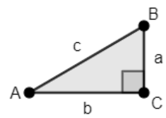


- Dans un triangle ***rectangle isocèle***
  - $c^2 = x^2 + x^2$ (Pythagore)



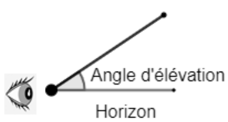
2. Rapports trigonométriques dans un *triangle rectangle*

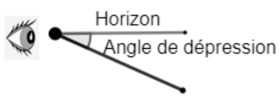
- $\sin\theta = \dfrac{côté\ opposé}{hypoténuse}$
- $\cos\theta = \dfrac{côté\ adjacent}{hypoténuse}$
- $\tan\theta = \dfrac{côté\ opposé}{côté\ adjacent}$



Arrondir au dix-millième près

3. Les angles

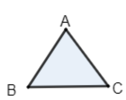




4. Triangles acutangles et obtusangles

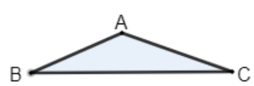
Acutangles

3 ∠ aigus



Obtusangles

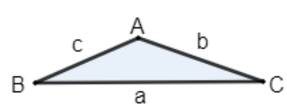
1 ∠ obtus et 2 ∠ aigus



Sin A = sin (180 – A)

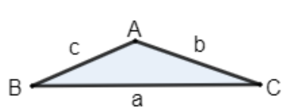
5. Triangles quelconques

- **Loi des sinus**
  - $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$



6. Formules d'aire d'un triangle

- **Formule du Héron**
  - $Aire = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
  - $p = \dfrac{périmètre}{2}$

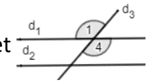


- **Formule de base**
  - $Aire = \dfrac{base \cdot hauteur}{2}$

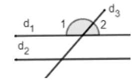
Triangles isométriques, triangles semblables et figures équivalentes

1. Angles formés par 2 droites parallèles et une sécante

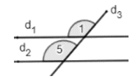
- Angles opposés par le sommet



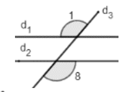
- Angles adjacents supplémentaires (somme de 180°)



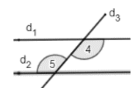
- Angles corresponsdants



- Angles alternes-externes

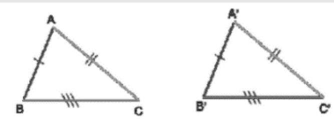


- Angles alternes-internes

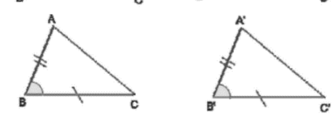


2. Triangles isométriques

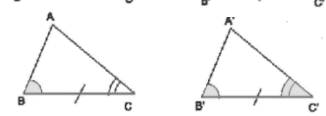
- C – C – C



- C – A – C



- A – C – A

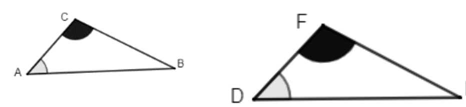


3. Triangles semblables

- P – P – P

- P – A – P

- A – A

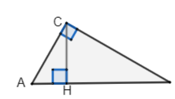


4. Démonstration

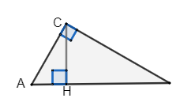
- Hypothèse
- Démonstration
- Conclusion

5. Relations métriques dans un triangles rectangle

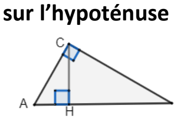
- **Côté-projection-hypoténuse**
  - $(m\ \overline{AC})^2 = m\ \overline{AH} \bullet m\ \overline{AB}$



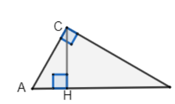
  - $(m\ \overline{BC})^2 = m\ \overline{BH} \bullet m\ \overline{AB}$



- **Hauteur-segment déterminé par la hauteur sur l'hypoténuse**
  - $(m\ \overline{CH})^2 = m\ \overline{AH} \bullet m\ \overline{BH}$



- **Hauteur-Hypoténuse-Côté de l'angle droit**
  - $m\ \overline{AB} \bullet m\ \overline{CH} = m\ \overline{AC} \bullet m\ \overline{BC}$



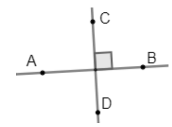
Géométrie analytique

1. Pente d'une droite

- A (x_1, y_1) et B (x_2, y_2)
  Pente $_{AB}$ = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ = a

- Droites parallèles
  Pente $_{AB}$ = Pente $_{CD}$

- Droites perpendiculaires
  Pente $_{AB}$ • Pente $_{CD}$ = -1



2. Distance entre deux points

- A (x_1, y_1) et B (x_2, y_2)

$$d(A,B) = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

3. Point de partage

- Soit A (x_1, y_1) et B (x_2, y_2).
  Coordonnées du point de partage, situé à une fraction k d'un segment :

$$(x_1+k(x_2-x_1), y_1+k(y_2-y_1))$$

➢ Ex: Soit A(-3, 1) et B (5, -3)

- Situé à une fraction donnée : $k = \frac{1}{4}$

ou

- Selon un rapport donné :
  Point qui partage le segment BA dans un rapport 1 : 3.
  Alors $k = \frac{1}{4}$

$$(x_1+k(x_2-x_1), y_1+k(y_2-y_1))$$
$$\left(-3+\frac{1}{4}(5--3), 1+\frac{1}{4}(-3-1)\right)$$
$$\left(-3+\frac{1}{4}(8), 1+\frac{1}{4}(-4)\right)$$
$$(-3+2, 1-1)$$
$$(-1, 0)$$

- Point milieu : $k = \frac{1}{2}$

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

➢ Ex : Soit A (-3, 1) et B (5, -3)

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$
$$\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{1+-3}{2}\right)$$
$$\left(\frac{2}{2}, \frac{-2}{2}\right)$$
$$(1, -1)$$