Situation d'apprentissage

MAT-5150-2 Séquence CST 5e secondaire

Depuis plusieurs années, la famille St-Onge, qui réside dans la magnifique région de Chaudière-Appalaches, a remarqué que plusieurs jeunes adultes adeptes de musique viennent passer le weekend pour l'évènement *Woodstock en Beauce*.

La famille St-Onge est propriétaire d'une grande terre qu'elle désire exploiter en location d'espaces de camping.

Étienne et Mélanie, les deux enfants de la famille, auront des responsabilités différentes. Étienne sera responsable des locations de tentes et Mélanie de la vente des petits déjeuners.

Dans cette situation d'apprentissage vous serez amené à résoudre deux situations problème, soient celle de l'optimisation des profits issus de la location des tentes et la deuxième l'optimisation des profits issus de la vente des petits déjeuners.

Comme c'est probablement la première fois que vous faites face à ce type de situation problème, vous serez amené à construire des savoirs et des stratégies propres au concept de *programmation linéaire*, c'est-à-dire une méthode de calcul et d'analyse permettant de concevoir des plans d'affaires optimaux.

Situation problème 1

La famille St-Onge dispose d'une superficie d'un hectare en vue de recevoir les campeurs. Étienne est responsable de la location des tentes. Il dispose d'un maximum de 140 grandes tentes et de 100 petites tentes.

Dans le but de louer le plus de tentes possible à un prix raisonnable et de réaliser des profits substantiels, il doit exiger au plus 40 $ pour la location pour une grande tente. Il a estimé que le prix de location d'une petite tente doit être inférieur ou égal à la moitié du prix de location d'une grande tente. Le prix de location d'une grande tente et de deux petites tentes ne doit pas dépasser 70 $.

À quel prix Étienne doit-il louer ses grandes tentes et ses petites tentes pour maximiser ses revenus?

EXPLORER LA SITUATION

Pour résoudre la situation problème, vous devez bien circonscrire les éléments pertinents : données numériques, variables, constantes, contraintes, etc. Il est donc important de bien vous représenter la situation et pour se faire, on vous suggère de traduire les énoncés littéraux (phrases du contexte ci-haut) en inéquations.

a. Identifiez les variables de la situation.

b. Recensez toutes les phrases qui pourront se traduire en inéquations.

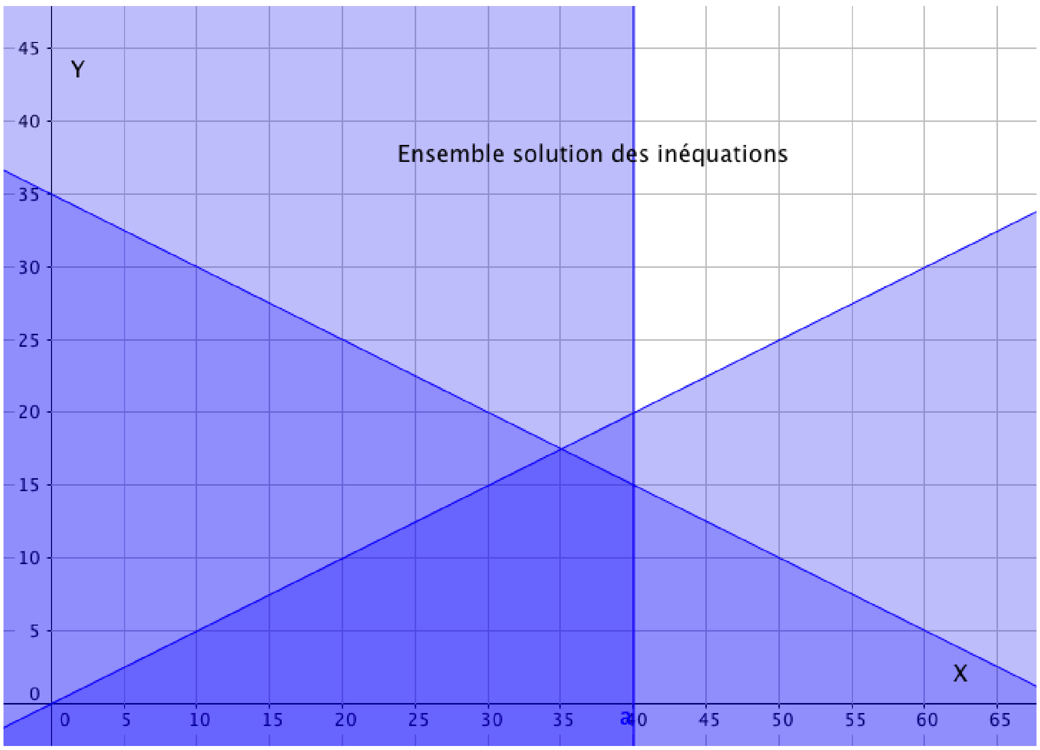
c. Traduisez les phrases en inéquations.

d. Représentez le système d’inéquations dans un plan cartésien dans l’espace ci-dessous.

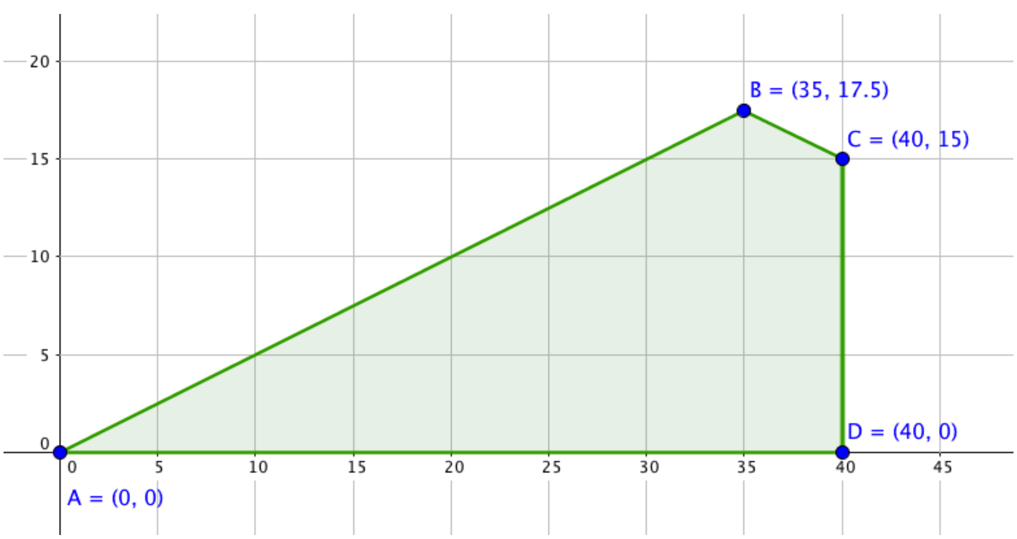
Consulter le lien suivant au besoin :

La solution optimale de la situation problème se trouve à l'intérieur de région solution (intersection de tous les demi-plans). Cette région est appelée **polygone de contrainte**.

La représentation graphique de la situation devrait ressembler à ça!



La détermination graphique des sommets ABCD du « polygone » qui circonscrit l'ensemble solution nous donne :



Ce polygone est appelé « polygone de contrainte ».

e. Inscrivez ci-dessous l’équation algébrique qui décrit les revenus de location?

Suggestion : Dans l’énoncé de la situation problème, Étienne a estimé que le nombre maximal de grandes et petites tentes étaient de 140 et 100 respectivement. Écrivez l’équation de la forme suivante $Z = ax + by$ où x et y sont les variables de la situation.

L’animation suivante illustre clairement la construction du polygone de contraintes, visionnez-la au besoin :

IDENTIFIER L'OBSTACLE

Nous remarquons que pour résoudre la situation problème nous devrons identifier des couples de points stratégiques qui ont le potentiel de maximiser les revenus.

La relation algébrique permettant de calculer le revenu maximal est $Z = 140x + 100y$

Comment s'y prendre pour déterminer « LA solution optimale »?

STRATÉGIE UTILE

Comme la région intérieure du polygone de contrainte représente l'ensemble solution, il existe une infinité de solutions. Une infinité de points (x, y) qui respectent les contraintes et pour lesquels nous pouvons calculer les revenus.

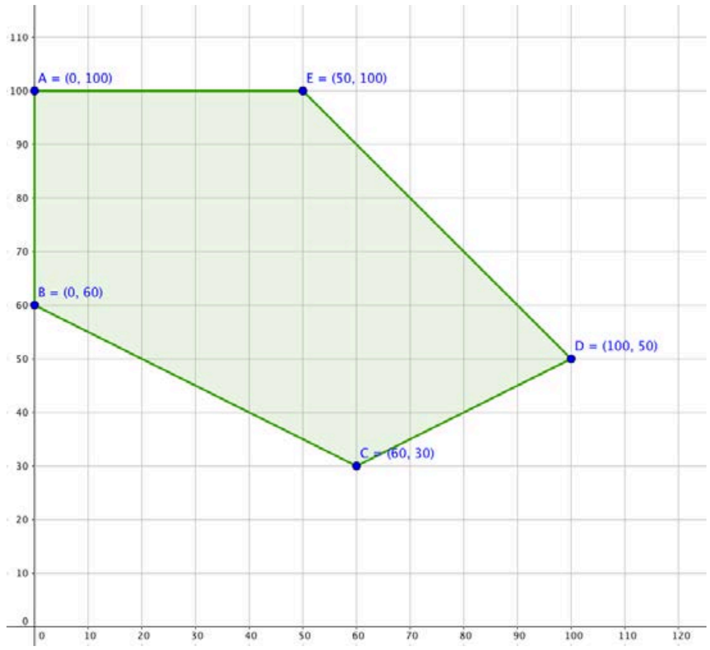
À l'aide d'un marqueur de couleur, tracez les côtés du polygone de contrainte et identifiez clairement les sommets.

UN EXEMPLE

Voici un exemple purement mathématique illustrant l'application de la stratégie.

Une situation d'optimisation linéaire est décrite par les contraintes suivantes :
$x \geq 0$
$y \geq 0$
$x + y \leq 150$
$y \leq 100$
$x \leq 2y$
$x + 2y \geq 120$

La représentation graphique du système d'inéquations nous donne :



Si la fonction à optimiser est par exemple : $Z = 0{,}40x + 1{,}10y$,

Déterminer toutes les valeurs possibles de la fonction Z. Parmi ces valeurs, quel couple (x, y) optimise la fonction Z ?

RETOUR SUR LA SITUATION PROBLÈME 1

f. Identifiez tous les sommets du polygone de contraintes et calculez les valeurs possibles de la relation algébrique *revenu*.

Sommets	x	y	$Z = 140x + 100y$
A			
B			
C			
D			

Voici le lien sur le site *Allô prof* qui résume bien les étapes à suivre pour résoudre ce type de problème : *optimisation linéaire.*

Maintenant que vous avez tous les éléments en main, à vous de jouer !

SITUATION PROBLÈME 2

Mélanie veut vendre des boîtes à lunch pour les campeurs. Elle désire offrir deux types de boîtes de lunch :

- Boîte à lunch de type A (menu végétarien)
- Boîte à lunch de type B (menu avec viande)

Comme Mélanie ne peut compter que sur sa mère et elle-même pour confectionner les boîtes, elle a les contraintes suivantes :

- préparer au plus 200 boîtes à lunch;
- préparer au moins 70 boîtes à lunch de type A;
- préparer au moins 20 boîtes à lunch de type B, mais pas plus de 80;
- préparer au moins autant de boîtes à lunch de type A que de type B.

Lors de la vente, Mélanie réalise un profit de 2,10 $ pour chaque boîte à lunch de type A et 3,85 $ pour les boîtes à lunch de type B.

Combien Mélanie doit-elle confectionner de boîtes à lunch de chaque type si elle veut maximiser ses profits?